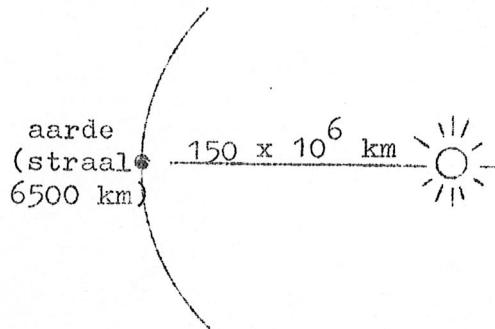


II. Inwendige bouw en evolutie van zon en sterren

II.1. Inleiding

II.1.1. De energiestroom van de zon

De zon is een gasbol met een massa van 330 000 maal de massa van de aarde. Ze heeft een straal 100 maal die van de aarde en een oppervlaktetemperatuur van 6000 °K. Ze zendt per seconde een hoeveelheid energie van 4×10^{33} erg uit. De aarde, op een afstand van 150×10^6



km van de zon vangt van deze energiestroom slechts op de fractie

$$\frac{\pi R_{\text{aarde}}^2}{4\pi (\text{Afstand zon-aarde})^2} = \frac{1}{2 \times 10^9}.$$

Deze kleine fractie is echter reeds voldoende om alle plantengroei op

aarde en in de zeeën mogelijk te maken. De mens gebruikt de in de planten opgeslagen zonne-energie

- (a) direct, door het verbranden van hout en het eten van plantaardige producten;
- (b) indirect, door het eten van dierlijke producten (de dieren werden weer met planten gevoed) en door het gebruiken van fossiele brandstoffen. De in steenkool en aardolie aanwezige energie die lang geleden in groene planten en micro-organismen werd opgeslagen en nu weer vrijkomt bij verbranding;
- (c) indirect, door gebruik te maken van wind- en waterkracht.

De zonne-energie drijft de warme zeestromingen aan, evenals de passaatwinden, doet zeewater verdampen en doet depressies en cyclonen ontstaan (die elk op zich de energie van honderden waterstofbommen bevatten).

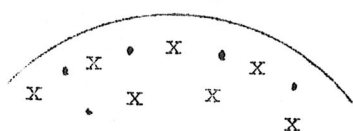
Om een idee te krijgen van de grootte van het bedrag van 4×10^{33} erg: Een auto die 1 liter benzine op 10 km verbruikt, gebruikt 3×10^{15} erg op 100 km (1 liter benzine levert 3×10^{14} erg). Op aarde zijn naar schatting 3×10^8 auto's. Wanneer deze alle 100 km per dag rijden wordt 9×10^{23} erg gebruikt per dag, dus 3.3×10^{26} erg/jaar. De hoeveelheid energie die de zon per seconde uitzendt is dus voldoende om alle auto's op aarde gedurende 12 miljoen jaar elke dag 100 km te laten rijden ($4 \times 10^{33} / 3.3 \times 10^{26} = 1.2 \times 10^7$).

Dit bedrag aan energie is ook voldoende om alle oceaanwater op aarde in 1 seconde aan de kook te brengen en te doen verdampen.

Men kan zich afvragen hoe lang de zon deze energie reeds uitzendt.

II.1.2. Ouderdomsbepaling van het zonnestelsel

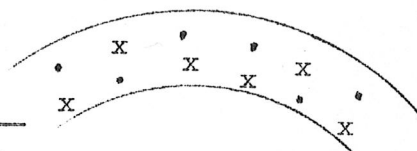
- a. De aardse gesteenten. We zoeken naar een U-houdend gesteente en bepalen de verhouding $\frac{\text{Pb}}{\text{U}}$ of $\frac{\text{He}}{\text{U}}$, waaruit de ouderdom te bepalen is. De oudste gesteenten die we kennen zijn ongeveer 3.5×10^9 jaar oud.
- b. De aardkorst. De gesteenten die we nog vinden zijn niet de oergesteenten, maar gesteenten die later zijn gevormd. We onderzoeken de loodisotopen in verschillende loodertsen. Hun isotopensamenstelling blijkt met de ouderdom te variëren. We kunnen nu uit de concentratie van loodisotopen de tijd $(t - t_0)$ bepalen, dus de tijd waarop de aardkorst is ontstaan, berekenen. Men vindt 4.5×10^9 jaar geleden.



Aarde zonder korst

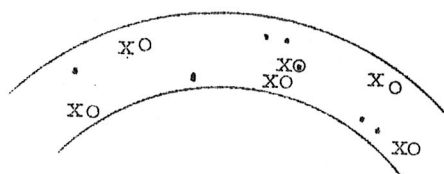
Het radio-lood dat nu ontstaat speelt geen rol t.o.v. de gehele aarde.

. loodatomen
x U-atomen

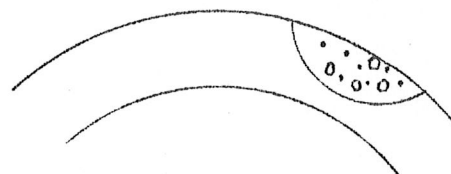


tijd t_0

De korst heeft zich gevormd. Het U bevindt zich vnl. hierin.



U splitst zich, en er ontstaat radio-lood : o



Het lood zet zich door één of andere oorzaak af (isotopen gelijktijdig) er ontstaat looderts.

- c. Meteorieten. Men onderzoekt de meteorieten het best met de K-A methode en vindt dan een ouderdom van 4.6 - 4.8 miljard jaren. De He/U methode geeft sterk spreidende onbetrouwbaarheden.

Conclusie: De aardkorst werd 4.5 miljard jaar geleden gevormd - de meteorieten 4.6 - 4.8 miljard jaar geleden. We schatten daarom dat de ouderdom van het zonnestelsel zo'n 4.5 à 5 miljard jaar is.

De paleontologie leert ons dat sinds het precambrium (600×10^6 jaar geleden) de temperatuur op aarde ongeveer dezelfde waarde had als tegenwoordig. De uitstraling van zon kan sinds die tijd dus niet sterk veranderd zijn. Leven op aarde is er al meer dan 2 miljard jaar. Men vermoedt daarom dat de uitstraling van de zon gedurende het grootste deel

van de laatste vijf miljard jaar niet sterk is veranderd. Hoe kan deze ster gedurende dit lange tijdvak onafgebroken elke seconde zo'n 4×10^{33} erg hebben geproduceerd?

II.2. Energiebronnen van zon en sterren

II.2.1. Beschouwing van een aantal mogelijke energiebronnen

I. Steenkool

Stel dat de zon bestaat uit C en O_2 in de verhouding 12 : 32 of, ongeveer voor $1/4$ uit C en $3/4$ uit O_2 . Bij het verbranden van 1 gram C ontstaan $3 \cdot 10^{11}$ erg. De zon levert per seconde 2 erg per gram, dus zou zij door verbrandingsenergie slechts $\frac{3 \times 10^{11} \times 1/4}{2}$ seconde = 1300 jaar kunnen stralen. Deze energiebron is dus volkomen onvoldoende.

II. De theorie van Kelvin-Helmholtz

Zij veronderstelden dat de zon veel groter is geweest, en langzaam is ingekrompen, en nog steeds inkrimpt, waardoor kinetische energie ontstaat [het krimpen is als het ware op te vatten als het vallen van materie in de richting van het zonnecentrum - een vallend voorwerp wint altijd aan kinetische energie]; deze energie wordt omgezet in warmte. We gaan dit nu quantitatief berekenen. We kunnen berekenen de totale potentiële energie (van de gravitatie) die de materie van de zonnebol heeft als de zon een straal R en massa M bezit. Dit gaat als volgt: We berekenen eerst de energie die nodig is om 1 gram materie van R naar het oneindige te brengen:

$$\int_R^\infty \frac{GM}{r^2} dr = \frac{GM}{R}$$

Dit is dus eveneens de energie die vrijkomt als 1 gram van het oneindige naar R gaat. Als \underline{dm} gram wordt verplaatst, komt er een hoeveelheid $\frac{GM}{R} dm$ vrij. We kunnen nu uitrekenen hoeveel energie er vrijkomt als we de zon laagje voor laagje (alle laagjes met massa dm komen vanaf het oneindige) opbouwen, beginnend van $R = 0$ en $m = 0$, totdat de huidige $R = R_0$ en $m = M_0$ bereikt zijn: We onderstellen dat de zon een homogene bol met dichtheid ρ gram/cm³ is. De totale energie vrijkomend bij opbouw van de zonnebol is dan:

$$\int_0^{R_0} \underbrace{\frac{GM}{R}}_{\text{massa van bol-}} \underbrace{\left\{ \frac{4}{3} \pi R^3 \rho \right\}}_{\text{schil tussen R en R + dR = dm}} \cdot 4 \pi R^2 \rho dR = \frac{3}{5} G \frac{M_0^2}{R_0}$$

De veronderstelling dat de bol homogeen is, is niet geheel met de werkelijkheid in overeenstemming. Voor de zon is de werkelijk vrij komende energie ongeveer $1.5 \frac{G M_o^2}{R_o}$.

De potentiële energie is minus dit bedrag, dus:

$$\Omega_{\text{pot}} = - 1.5 \frac{G M_o^2}{R_o}.$$

Het is duidelijk dat als de zon begon met $R_o = \infty$ en gekrompen is tot de huidige straal R_o , de potentiële energie gedaald is met een bedrag $1.5 \frac{G M_o^2}{R_o}$. Dit bedrag kan dan voor de uitstraling gebruikt zijn. Men berekent hiermee dat dit bedrag voldoende energie waarborgt om gedurende 24×10^6 jaar de huidige 4×10^{33} erg/sec uit te zenden. In de tijd dat die theorie is opgesteld, werd dit voldoende geacht.

embryo tijd

III. Omzetting van massa in straling

We weten dat massa en energie equivalent zijn:

$$E = M \times c^2$$

energie massa lichtsnelh.
 (in erg) (in gr.) (in cm/sec)

Wanneer massa in energie overgaat moet dit volgens de bovenstaande formule geschieden. Een gram levert:

$$E = M c^2 = 9 \times 10^{20} \text{ erg}$$

De zon zou dus $\frac{9 \times 10^{20}}{2} \text{ sec} = 1.5 \times 10^{13}$ jaar kunnen stralen. Dit is zeer ruw. Dergelijke directe overgangen, waarbij de materie geheel in straling wordt omgezet, zijn in het laboratorium echter nooit waargenomen (afgezien van electron-positron annihilatie).

IV. Sinds ca. 1928 (H.N. Russell) is bekend dat de zon grotendeels (~ 70%) uit waterstof bestaat. Deze stof is dan ook de meest voor de hand liggende brandstof. Al in 1928 werd dit dan ook voorgesteld (Houtermans en Atkinson).

De redenatie was als volgt:

Eén heliumkern is minder zwaar dan vier waterstofkernen plus twee electronen (deze zes deeltjes heeft men nodig om een heliumkern op te bouwen).

4H	massa	1.00758 x 4 =	4.03032
2e	"	0.00054 x 2 =	<u>0.00108</u> +
			4.03140
He ⁴	"		<u>4.00279</u> -
			0.02861

Dus: verschil = $\frac{0.02861}{4} = \frac{1}{140}$ van totale massa.

Zou men dus kans zien om in het inwendige van de zon waterstof in helium om te zetten, dan zou $\frac{1}{140}$ deel der massa van de waterstof-atomen verloren gaan, en in energie worden omgezet. De tijdsduur waarin de gehele waterstofvoorraad van de zon (70% van de zonnemassa) omgezet zal zijn in helium is dan - met de onder III berekende tijdsduur voor algehele omzetting van materie in energie -:

$$0.7 \times \frac{1}{140} \times 1.5 \times 10^{13} \text{ jaar} = 7.5 \times 10^{10} \text{ jaar}.$$

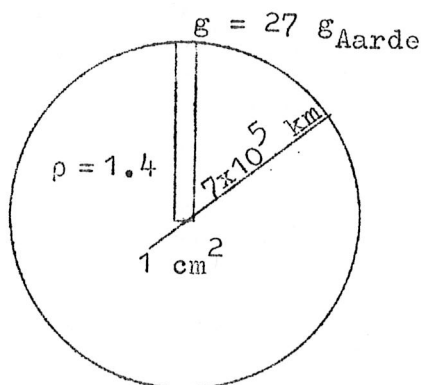
Dit is ruimschoots voldoende om te verklaren dat de zon reeds 5×10^9 jaar zeer gelijkmatig straalt zonder nog merkbare ouderdomsverschijnselen te vertonen.

Later zullen we zien dat niet de gehele waterstofvoorraad van de zon kan worden omgezet, maar slechts ongeveer $1/7$ deel. Dit beperkt zijn totale levensduur tot ca. 10^{10} jaar.

II.2.2. Ruwe afschatting van temperatuur en druk in het zonne-inwendige.

Het S.G. van de zonnematerie is 1.4. Dat is wel erg hoog voor een gas (vgl. op aarde: water heeft S.G. = 1.00).

Dit komt door het enorme gewicht van de buitenlagen, die de gasen in het inwendige sterk samendrukken. We maken nu een ruwe berekening van de druk in het centrum van de zon.



We vergelijken de druk die in het centrum van de zon heerst met een waterzuil van 10 meter, die dus 1 atm. druk geeft.

$$P_c = 7 \cdot 10^5 \cdot 10^2 \cdot 1.4 \cdot 27 \text{ atm.} = (10^2 \times 10 \text{ meter}) = 2.7 \times 10^9 \text{ atm.}$$

Voor de gravitatieversnelling hebben we $27 g_A$ genomen. Dit is misschien enigszins overschat omdat dit de zwaartekracht aan het oppervlak van de zon is. Een juistere berekening geeft ongeveer

$$P_c = 2 \times 10^9 \text{ atmosfeer.}$$

We hebben een gas met een dichtheid van 1.4 gr./cm^3 met een druk van $2 \times 10^9 \text{ atm.}$ Welke temperatuur T_c is hiervoor nodig?

$$\begin{aligned}
 1 \text{ liter } P &= 1 \text{ atm} & T &= 273^\circ\text{K} & & : 0.045 \text{ gr.} \\
 1 \text{ liter } P &= 2 \times 10^9 \text{ atm} & T &= 273^\circ\text{K} & & : 0.045 \cdot 2 \times 10^9 \text{ gr} \\
 1 \text{ liter } P &= 2 \times 10^9 \text{ atm} & T &= \frac{273 \times 9 \cdot 10^7}{1400} = 18 \times 10^6^\circ\text{K} & & : 1.4 \text{ kg.}
 \end{aligned}$$

We vinden zo dus een temperatuur van $18 \times 10^6^\circ\text{K}$ in het centrum van de zon. Deze berekening is tamelijk ruw (daar we $\rho = \text{const.}$ hebben genomen). Toch is deze temperatuur zeer dicht bij de werkelijke waarde ($16 \times 10^6^\circ\text{K}$).

Bij deze enorme temperatuur en druk treden de kernprocessen in het inwendige op, waarbij H in He wordt omgezet. De uitgezonden straling plant zich slechts langzaam door de ster voort, wordt geabsorbeerd en weer uitgezonden, enz.

De straling bij $T = 18 \times 10^6^\circ\text{K}$ wordt vnl. (volgens de verschuivingswet van Wien: $\lambda_{\text{max}} \cdot T = \text{const.}$) bij een golflengte van 2 \AA uitgezonden. De vrije weglengte voor een foton is in het zonne-inwendige ongeveer 20 cm. Het foton gaat via een proces van absorptie en re-emissie langzaam naar buiten. Eén foton heeft ongeveer 10^6 jaar nodig om de zonsrand te bereiken.

II.2.3. De kernreacties waaraan zon en sterren hun energie ontleenen.

In 1938 berekende Bethe (en onafhankelijk van hem ook Von Weizsäcker in Duitsland en Gamow en Teller in de V.S.) dat in het inwendige van de zon de omzetting van waterstof in helium inderdaad kan plaatshebben bij de daar heersende temperatuur en druk.

Bij deze temperatuur en druk zijn alle atoomkernen volledig geïoniseerd. Hoe kunnen de H^+ deeltjes nu bij elkaar komen? De ladingen zijn wel klein, maar door de zeer kleine afstanden waarop de deeltjes elkaar naderen zullen de Coulomb-krachten enorm groot zijn:

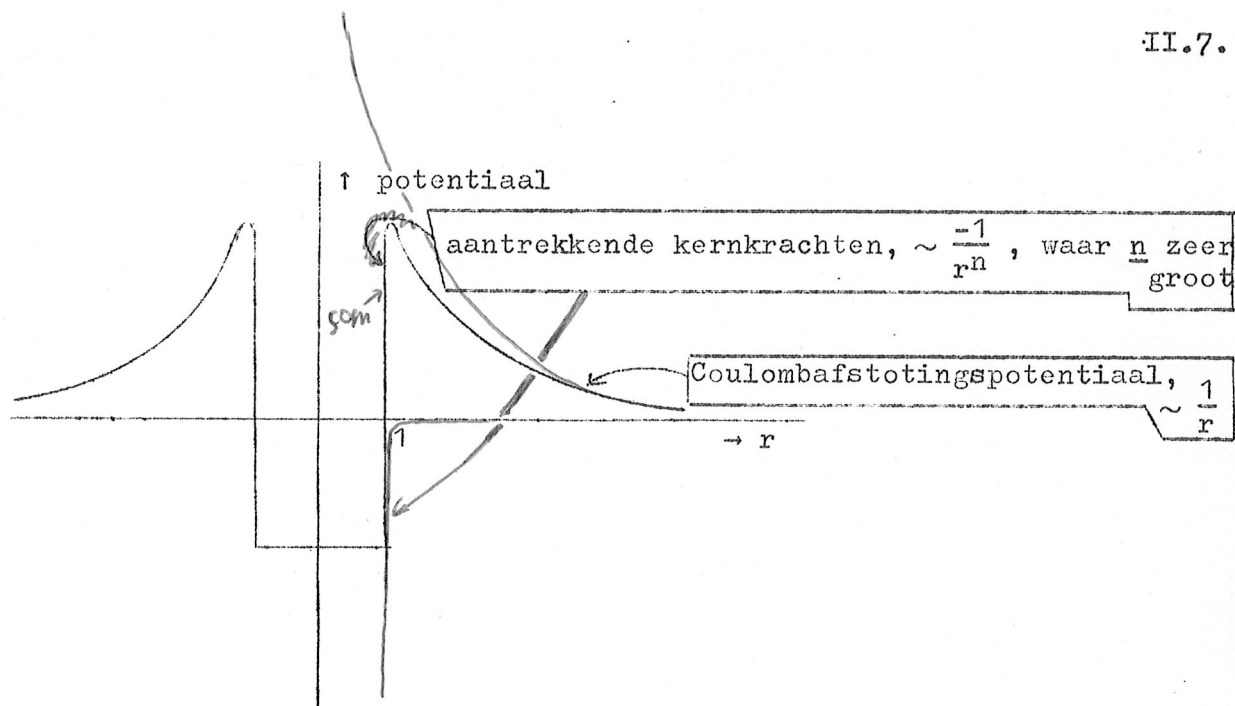
$$F_{\text{Coulomb}} = \frac{e_1 e_2}{r^2}$$

Dat ze zich tenslotte verenigen kunnen is te danken aan de aantrekkende krachten, die pas op geringe afstanden (te vergelijken met de afmetingen van de kern) werken. Dit zijn de zgn. kernkrachten, die in sterkte afnemen, omgekeerd evenredig met een zeer hoge macht van de afstand r .

Alleen deeltjes die een zeer grote snelheid hebben zullen de Coulomb krachten overwinnen; de temperatuur moet dus zeer hoog zijn; grote dichtheid is ook wenselijk, want dan is er meer kans op botsingen. Verder is een geringe lading (dus lichte kern) bevorderlijk voor de samensmelting

$$\int_R^\infty \frac{e^2}{r^2} dr = \frac{e^2}{R} = \frac{(4.8 \times 10^{-10})^2}{10^{-11}} = 2 \times 10^{-8} \text{ erg}$$

Hier is R de straal van het proton.



Anderzijds is voor een deeltje de energie per graad gemiddeld:

$$\frac{3}{2} kT = \frac{3}{2} \cdot 1,37 \times 10^{-16} T = 2 \cdot 10^{-16} T$$

De temperatuur die men nodig heeft om elk deeltje 2×10^{-8} erg te geven is:

$$T = \frac{2 \cdot 10^{-8}}{2 \cdot 10^{-16}} = 10^8 \text{ } ^\circ\text{K}$$

De temperatuur in het zonne-inwendige is ongeveer $1.8 \times 10^7 \text{ } ^\circ\text{K}$ en is dus eigenlijk te laag. Toch vindt het proces wèl plaats, want in de staart van de Maxwellse snelheidsverdeling (of, als men de verdeling van $E = \frac{1}{2} mv^2$ neemt, van de energie-verdeling) zitten altijd wel een aantal snelle deeltjes die de benodigde energie hebben.

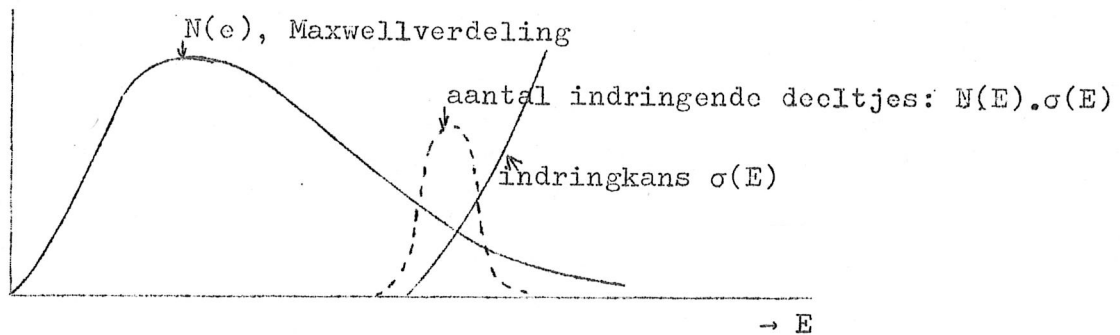
Bij energie E is de kans dat de ene kern zich met de andere verbindt gelijk aan $\sigma(E)$. Deze functie is zeer sterk van E afhankelijk en wordt pas groot als E dichtbij 2×10^{-8} erg komt.

Het totaal aantal per seconde zich verenigende deeltjes per volume-eenheid zal gelijk zijn aan:

$$\int_0^{\infty} N(E) \cdot \sigma(E) dE \quad (= \text{oppervlak onder de gestippelde kromme in de figuur op blz. 8}).$$

(waarbij $N(E)$ het aantal deeltjes is met energie E , per volume-eenheid).

In werkelijkheid zal er nooit in één keer uit 4 H-atomen en 2 electronen één heliumkern ontstaan. De reactie gaat via een aantal tussenstapjes. Er zijn nu een vijftal reeksen van dergelijke stapjes bekend (zie volgende blad). De eerste drie reeksen noemt men de proton-proton ketens; de andere noemt men de CNO bi-cyclus.



II.2.4. Neutrinoverliezen

Men ziet dat de neutrino's een klein deel van de energie meenemen. Alleen bij PP III nemen ze 29% van de energie mee. De neutrino's (geen lading en rustmassa, wel impuls en energie) vliegen dwars door de zon heen, en ook door de aarde.

$$\begin{aligned} \text{Per seconde zet de zon om: } & \frac{4 \times 10^{33} \text{ erg}}{6.5 \times 10^{18} \text{ erg/gram}} = 6 \times 10^{14} \text{ gram H} = \\ & = 4 \times 10^{38} \text{ H atoomkernen.} \\ \text{Hierbij komen dus } & 2 \times 10^{38} \text{ neutrino's vrij.} \end{aligned}$$

	<u>De proton-proton keten</u>	<u>Geproduceerde energie</u>
PP I	$H^1 + H^1 \rightarrow D^2 + \beta^+ + \nu$	$1.19 \times 2 = 2.38 \text{ MeV}$
	$D^2 + H^1 \rightarrow He^3 + \gamma$	$5.49 \times 2 = 10.98$
	$He^3 + He^3 \rightarrow He^4 + 2H^1$	<u>12.85</u>
	Netto: $4H^1 \rightarrow He^4 + 2\beta^+ + 2\nu + 2\gamma$	+ 26.21 (2% ν -verliezen)
PP	of $He^3 + He^4 \rightarrow Be^7 + \gamma$	1.58
	$Be^7 + e^- \rightarrow Li^7 + \nu + \gamma$	
	$Li^7 + H^1 \rightarrow 2 He^4$	
	Netto: $4H^1 \rightarrow He^4 + 2\beta^+ + 2\nu + 2\gamma$	0.05 MeV
PP III	of $Be^7 + H^1 \rightarrow B^8 + \gamma$	<u>17.34</u>
	$B^8 \rightarrow Be^{8*} + \beta^+ + \nu$	+ 25.65 (4% ν -verliezen)
	$Be^{8*} \rightarrow 2 He^4$	0.14 MeV
	Netto: $4H^1 \rightarrow He^4 + 2\beta^+ + 2\nu + 2\gamma$	7.7
		<u>3.0</u>
		+ 19.1 MeV (29% ν -verliezen)

De CNO-cyclus

$C^{12} + H^1 \rightarrow N^{13} + \gamma$	1.95 MeV
$N^{13} \rightarrow C^{13} + \beta^+ + \nu$	1.50
$C^{13} + H^1 \rightarrow N^{14} + \gamma$	7.54
$N^{14} + H^1 \rightarrow O^{15} + \gamma$	7.35
$O^{15} \rightarrow N^{15} + \beta^+ + \nu$	1.73
$N^{15} + H^1 \rightarrow C^{12} + He^4$	4.96
<hr/>	
of (één op 1000 keer):	25.03 MeV (6% ν -verliezen)
$N^{15} + H^1 \rightarrow O^{16} + \gamma$	12.11
$O^{16} + H^1 \rightarrow F^{17} + \gamma$	0.59
$F^{17} \rightarrow O^{17} + \beta^+ + \nu$	1.76
$O^{17} + H^1 \rightarrow N^{14} + He^4$	1.20
<hr/>	
	15.66 MeV
Netto: $4H^1 \rightarrow He^4 + 2\beta^+ + 2\nu + 2\gamma$	+ 26.72 MeV (inclusief ν -energie)

Deze gaan, op de afstand van de aarde, per seconde door een bol met oppervlak $4\pi (1.5 \times 10^8 \times 10^5)^2 \text{ cm}^2 = \frac{1.7}{3} \times 10^{27} \text{ cm}^2$.
afstand aarde-zon

Door elke cm^2 op aarde vliegen per seconde dus $\frac{2 \times 10^{38}}{3 \times 10^{27}} \approx 6.2 \times 10^{10}$

neutrino's van de zon. Ze nemen ongeveer 5% van de totaal opgewekte energie mee. ($2 \cdot 10^{32} \text{ erg/sec}$)

Men tracht thans deze neutrino's te detecteren, door gebruik te maken van de reactie



welke in een zeer klein aantal gevallen zal optreden als gevolg van een (zeer zwakke) wisselwerking die de ν toch nog bezitten t.o.v. Cl-atoomkernen. Het argon is radioactief en kan met telbuizen worden gedetecteerd. Dit experiment, dat met een grote tank met Cl wordt uitgevoerd, in een oude kolenmijn in S. Dakota is helaas nog steeds niet gelukt.

II.2.5. Belang der verschillende cycli in de zon:

In de zon wekt PP I ongeveer 56% van de energie op
PP II ongeveer 41%
PP III ongeveer 0.01%
en de CNO-cyclus 3%.

De neutrino's van PP III hebben de grootste energie en daarom, daar de reactiekans met Cl evenredig is met E^2 , de grootste kans om te worden gedetecteerd.

II.2.6. De afhankelijkheid van de reactiesnelheid van T , ρ en van de aanwezige hoeveelheid van een bepaald element.

Noem de dichtheid ρ , de temperatuur T en de gewichtspercentages van de reagerende elementen: X_A en X_B en hun molecuulair-gewichten: μ_A en μ_B .

Dan zal het aantal deeltjes N_A en N_B , per volume-eenheid van deze elementen, gelijk zijn aan $\frac{X_A \cdot \rho}{\mu_A}$ en $\frac{X_B \cdot \rho}{\mu_B}$.

De reactiesnelheid zal evenredig zijn met:

(i) de botskans der twee soorten deeltjes,

(ii) de energie van de botsende deeltjes.

Het is duidelijk dat deze tweede factor van de temperatuur van het gas zal afhangen. We veronderstellen dat dit verband is weergegeven door een functie $f(T)$.

(i) de botskans is evenredig met

$$N_A \cdot N_B = \frac{X_A \cdot X_B \rho^2}{\mu_A \cdot \mu_B}$$

We verwachten dus, dat de per volume-eenheid opgewekte hoeveelheid kernenergie (per seconde) gelijk zal zijn aan

$$\epsilon_{AB} = \frac{X_A \cdot X_B \rho^2}{\mu_A \cdot \mu_B} \cdot f(T)$$

Uit berekeningen blijkt dat men $f(T)$ goed kan benaderen door

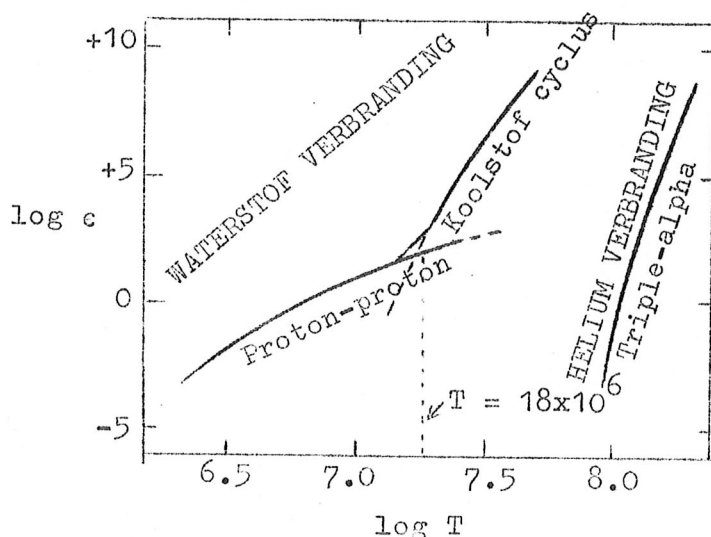
$$f(T) = kT^\nu$$

waarbij voor PP-cycli: $\nu \approx 4$ } terwijl k een constante is die
CNO-cyclus: $\nu = 12$ } van de specifieke reactie afhangt.

We verwachten voor de PP-reeksen dus:

$$\epsilon_{PP} = X_H^2 \rho^2 T^4$$

en voor de CNO-cyclus: $\epsilon_{CNO} = X_H X_C \rho^2 T^{12}$



Beneden $T = 18 \times 10^6$ °K overheerst de p-p keten, daarboven overheerst de CNO-cyclus.

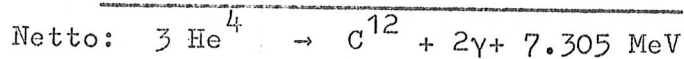
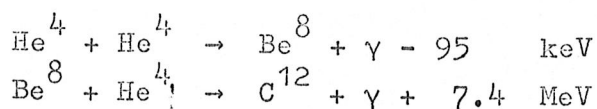
In de figuur is de afhankelijkheid van ϵ van de temperatuur weergegeven voor

$$\rho X_H^2 = 100 \text{ en}$$

$$X_C = 0.005 X_H.$$

II.2.7. Het triple-alpha proces

Tevens ziet men in de figuur de energie-opwekking door middel van een derde reactie weergegeven, die pas voor $T > 100 \times 10^6 \text{ } ^\circ\text{K}$ een rol gaat spelen. Dit is het z.g. triple-alpha proces waarbij drie heliumkernen worden samengesmolten tot één koolstofkern.



De Be^8 kern is niet stabiel en valt weer uiteen in twee heliumkernen, waarbij 95 keV vrijkomt. Bij deze continue opbouw en afbraak van Be^8 stelt zich een evenwicht in tussen heliumkernen en Be-kernen, waarbij er altijd een bepaalde evenwichtsconcentratie van Be^8 aanwezig is. Deze Be^8 kernen kunnen dan alpha-deeltjes vangen, waarbij ze overgaan in C^{12} waarbij energie vrijkomt.

Uit het voorgaande zal duidelijk zijn dat $\epsilon_{3\alpha}$ evenredig zal zijn met $\rho^3 Y^3$ en met een zekere macht van de temperatuur. (Y = gewichtsfractie helium). Er blijkt:

$$\epsilon_{3\alpha} = \text{const. } \rho^3 Y^3 T^{30}$$

[N.B.: alle hier genoemde snelheden van energie-opwekking zijn per volume-eenheid. Rekent men per gewichtseenheid, dan moeten alle snelheden met het volume van een gewichtseenheid vermenigvuldigd worden, hetgeen betekent dat men door ρ moet delen].

II.3. De levensduur van verschillende soorten sterren

II.3.1. De Massa-Lichtkrachtwet (Zie I.2.4.1.C)

Uit baanbepalingen van dubbelsterren kan men de massa's der componenten afleiden met:

$$\frac{P^2}{a^3} = [\eta_1 + \eta_2]^{-1}$$

en

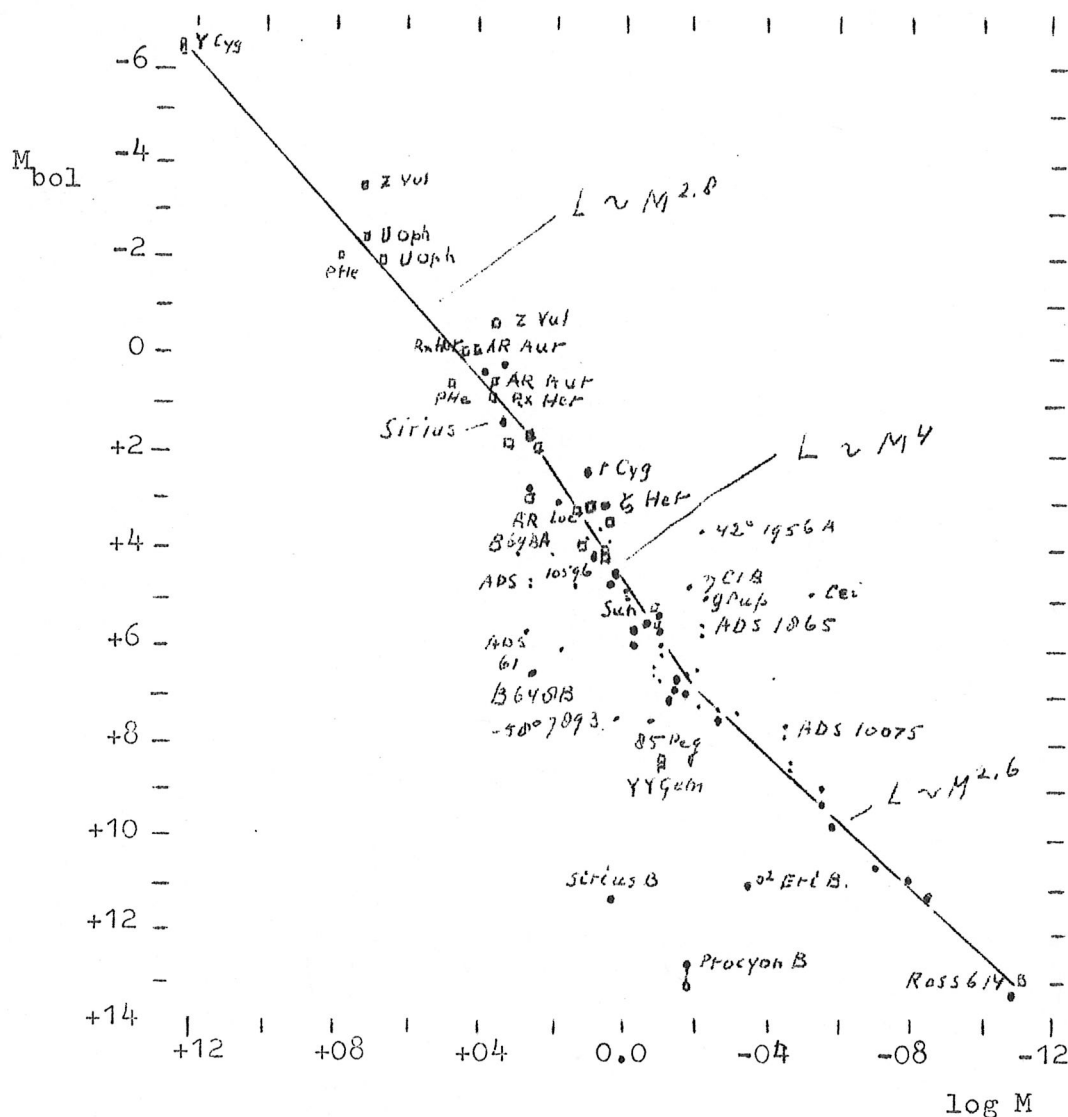
$$\frac{a_1}{a_2} = \frac{m_2}{m_1}$$

waarin:

a = halve lange as van de relatieve baan (in Astronomische Eenheden)

P = omlooptijd in jaren.

a_1 en a_2 de halve lange assen der absolute banen der componenten.



Kent men ook de afstand van de dubbelster, dan kan men de absolute lichtsterkten der componenten bepalen. Men kan de massa's der sterren uitzetten tegen de absolute lichtkrachten. Men vindt dan voor sterren op de hoofdreeks een kromme die eenduidig het verband tussen massa en lichtkracht weergeeft, de z.g. massa-lichtkracht wet.

Het blijkt dat ook de reuzensterren hieraan voldoen.

Men kan de $M - L$ wet goed benaderen door:

$$\begin{aligned}
 L &\approx m^{2.8} && \text{voor } m > 2 m_{\odot} \\
 L &\approx m^4 && \text{voor } 2 m_{\odot} \geq m \geq 0.5 m_{\odot} \\
 L &\approx m^{2.6} && \text{voor } m < 0.5 m_{\odot}
 \end{aligned}$$

Ook de reuzensterren voldoen aan de massa-lichtkracht wet. Alleen de witte dwergen vallen erbuiten. Deze wet leert ons veel over het inwendige der sterren en is één van de belangrijkste wetten der astrofysica. De massa wisselt niet meer dan een factor 100 langs de hoofdreeks. De lichtkracht wisselt echter, zoals uit bovenstaande formules blijkt, met

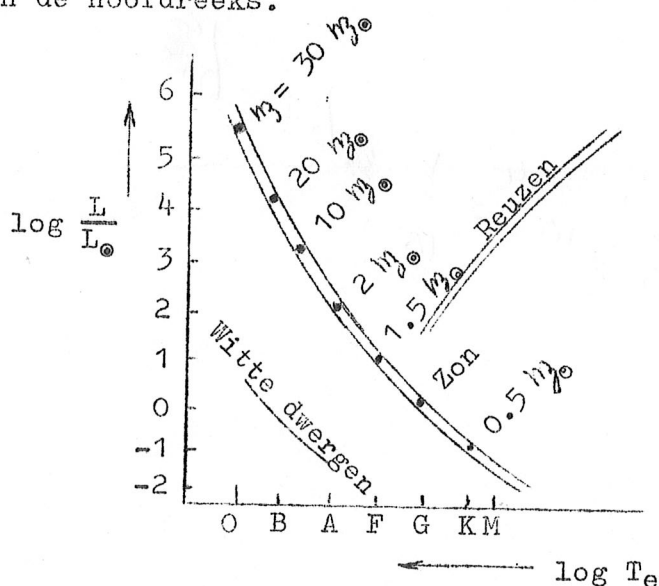
een factor groter dan 10^6 .

De verandering in helling van de massa-lichtkracht kromme bij

$M = 2 M_{\odot}$ blijkt het gevolg te zijn van het feit dat voor $m > 2 m_{\odot}$ sterren waterstof verbranden via de CNO cyclus. Voor $m < 2 m_{\odot}$ doen ze dit voornamelijk via de pp-ketens.

II.3.2. De betekenis van de hoofdreeks

In het HR diagram bevindt meer dan 90% der sterren zich op de hoofdreeks - vandaar de naam hoofdreeks. Ook de zon bevindt zich hierop. De andere sterren, reuzen, pulserende sterren e.d. vormen tezamen slechts zo'n 10 procent van alle sterren. De hoofdreeks is het gebied van sterren die, evenals de zon, bezig zijn met omzetting van waterstof in helium. Daar de lichtkracht alleen van de massa afhangt, stelt de hoofdreeks kennelijk voor: de plaats in het HR diagram van waterstof verbrandende sterren van verschillende massa: de zware sterren bevinden zich bovenaan de hoofdreeks, de lichte sterren onderaan de hoofdreeks.



II.3.3. Schatting van de maximale levensduur van hoofdreekssterren

In §II.1.4 is gezien, dat de zon een maximale levensduur van 10^{10} jaar zal kunnen bereiken.

Men kan van een hoofdreeksster met bekende massa m en lichtkracht L de levensduur als volgt schatten: Een ster met een 10 maal grotere massa dan de zon heeft een 10 maal grotere waterstofvoorraad en kan daardoor 10 maal langer leven. Een ster met een 1000 maal grotere lichtkracht dan de zon, gebruikt haar waterstofvoorraad 1000 maal sneller op en zal daardoor 1000 maal korter leven dan de zon. Combinatie van deze twee feiten doet ons inzien dat een ster met een massa van m zonsmassa en een lichtkracht van L zonslichtkrachten, een maximale levensduur zal hebben gelijk aan $\frac{m}{L} \times 10^{10}$ jaar.

We kunnen met deze formule de maximale levensduur van de verschillende typen hoofdreekssterren gaan afschatten

$L \text{ (in } L_{\odot})$

Spectraaltipe	(in zonsmassa)	(in M_{\odot})	t_{\max} (jaren)
O5	30	10^5	$3 \cdot 10^6$
B0	16	$8 \cdot 10^3$	$2 \cdot 10^7$
B5	6	$6 \cdot 10^2$	10^8
A0 (Sirius, Wega)	2	60 60_{ms}	$5 \cdot 10^8$
F0 (Procyon)	1.5	6	2.5×10^9
G2 (zon)	1.0	$\rightarrow 1.0$	10^{10} jaar
K5	0.6	$\rightarrow 0.12$	$5 \cdot 10^{10}$

Men ziet hieruit dat Spica ($15 M_{\odot}$) jonger moet zijn dan 25 miljoen jr

de Sterren van het Trape-

zium in Orion	($30 M_{\odot}$)	"	"	"	"	3	"	"
Regulus	($5 M_{\odot}$)	"	"	"	"	100	"	"
de Pleiaden	($5-6 M_{\odot}$)	"	"	"	"	100	"	"
Sirius A en Wega	($2 M_{\odot}$)	"	"	"	"	300	"	"

Kennelijk zijn vele sterren in het melkwegstelsel veel en veel later ontstaan dan de zon.

Alle O5 sterren die we thans waarnemen kunnen zelfs niet ouder zijn dan een paar miljoen jaar. Dit is wel heel erg jong in vergelijking met de zon, die 5 miljard jaar oud is.

II.4. Sterhopen en hun leeftijden

II.4.1. Inleiding

Als men zeer veel sterren bij elkaar ziet, spreekt men van een sterhoop. B.v. de Hyaden, Pleiaden, Praesepe (Krib), λ en χ Perseï. De eerste catalogus van sterhopen is in 1784 door Messier samengesteld; hierin zijn ook galactische en extragalactische nevels opgenomen, daar men de sterhopen en nevels toen nog niet altijd goed kon onderscheiden. Dikwijls zijn ze ook opgegeven als NGC, of IC (1864-1908). We verdelen de sterhopen in: 1. open sterhopen (galactische sterhopen) 2. bolvormige sterhopen.

II.4.2. Open sterhopen

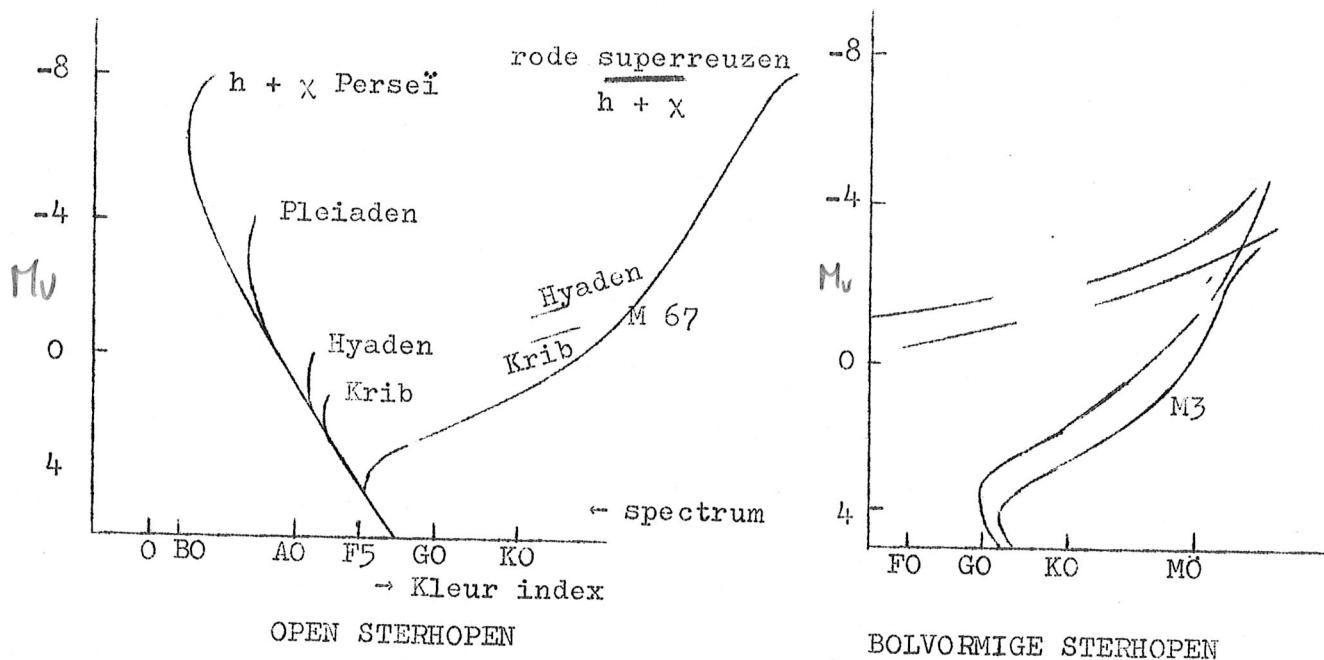
Er zijn ongeveer 1000 open sterhopen bekend. Ieder bevat niet meer dan een paar duizend sterren. Er zijn verschillen in concentratie en aantallen sterren. De meest ijle sterhopen vormen de z.g. "moving clusters" (Hyaden); we kunnen de sterren die hiertoe behoren opsporen door de eigenbewegingen en radiële snelheden na te gaan. De dichtheid van een open sterhoop is ongeveer 100 à 1000 maal de sterdichtheid bij

de zon. In moving clusters: $\frac{1}{10}$ à $\frac{1}{100}$ van de sterdichtheid om de zon.

De open sterhopen bevinden zich bij voorkeur in het melkwegvlak, langs de spiraalarmen. De richtingen waarheen de moving clusters zich bewegen liggen meestal ook in het melkwegvlak; hun snelheid t.o.v. de zon bedraagt ongeveer 20 - 40 km/sec.

Spektra: Het is moeilijk de spektra van de sterren apart op te nemen, zeker is echter wèl, dat allerlei spektraaltypen in de sterhopen vóórkomen. We zullen nu nagaan hoe deze sterren in het HR-diagram ge-rangschikt zijn. De spektraaltypen vervangen we door kleurindices (immers: als een ster blauw is, heeft ze een vroeg type - O of B; witte en gele sterren zijn van het type A, F en G, en de oranje-rode sterren zijn van het type K - M). Als ordinaat nemen we de schijnbare helderheid (voorlopig). Het HR-diagram valt verschillend uit volgens de sterhoop die we beschouwen.

Het resultaat voor een aantal verschillende sterhopen is in de figuur weergegeven:



Elke sterhoop blijkt maar een bepaald deel van het HR-diagram te vullen. Dit wijst op een sterkere onderlinge saamhorigheid, gemeenschappelijke oorsprong, dan voor sterren in het algemeen. Men neemt waar dat

- a steeds de sterren aan de top van de hoofdreeks in een bepaalde sterhoop iets naar rechts afwijken, hetgeen de karakteristieke omgebogen top van de hoofdreeks geeft;
- b elke sterhoop zijn eigen rode reuzen heeft, die meestal ongeveer even helder zijn als de sterren aan de top van de hoofdreeks;

c bij sterhopen met een zeer korte hoofdreeks (M 67, bolvormige sterhopen) treedt een zeer grote reuzentak op die zich continu uitstrekt van de top van de hoofdreeks tot rechts boven in het diagram.

De scherpte van de hoofdreeks kunnen we verklaren daar de afstanden van deze sterren alle gelijk zijn. Dus een fout in de afstandsbe-
paling doet alleen de kromme in zijn geheel iets verschuiven; hiernaast is het ook mogelijk dat er een sterkere saamhorigheid is. Het is dus niet zeker of het HR-diagram voor willekeurige sterren, als de waarnemingen absoluut nauwkeurig zouden zijn, ook zo scherp zou zijn.

De helderheden van de sterren in het bovenste lijntje schelen ten hoogste een factor twee met de hoofdlijn; het is dus waarschijnlijk dat we met dubbelsterren te maken hebben waarvan we niet weten dat ze dubbel zijn.

Afstanden: We kennen open sterhopen tot een afstand van 5000 parsec a uit het HR-diagram.

We nemen de gemiddelde absolute helderheden van de verschillende stertypen:

	M
BO	-3.4
AO	+0.9
dFO	+3.2
dGO	+5.1
dKO	+7.0

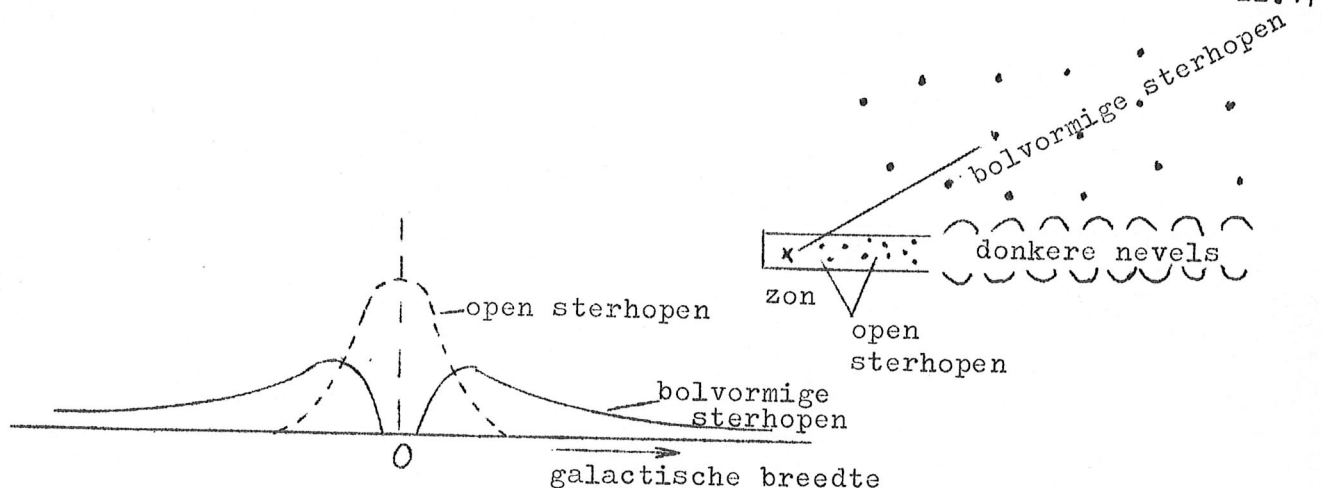
Lezen we de absolute helderheden af en meten we de schijnbare helderheden, dan kunnen we uit $M - m = 5 + 5 \log p$ de parallax p (in boogsekunden) en dus de afstand vinden.

b Veel mooier is het, het HR-diagram als geheel op of neer te schuiven tot men de dwergtak tot dekking heeft gebracht met de fundamenteel geijkte.

II.4.3. Bolvormige sterhopen (Vb. M 13 in Hercules)

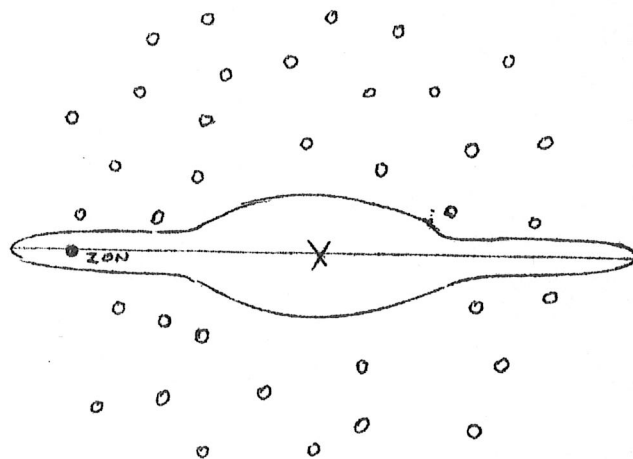
Er zijn ruim een honderdtal bolvormige sterhopen bekend. Het totale aantal in het melkwegstelsel bedraagt waarschijnlijk minder dan 200. Tot één bolvormige sterhoop behoren tussen 100 000 en 10 miljoen sterren. De dichtheid is ongeveer 100 maal zo groot als in open sterhopen; vele zijn enigszins ellipsvormig, wat misschien samenhangt met rotatie. Deze sterhopen zijn over de gehele hemelbol verspreid, behalve in een smalle strook in het melkwegvlak (interstellaire absorptie).

Gaat men de verdeling naar galaktische lengte na, dan vindt men dat ze vooral in de richting tussen -10° en $+10^\circ$ lengte voorkomen.

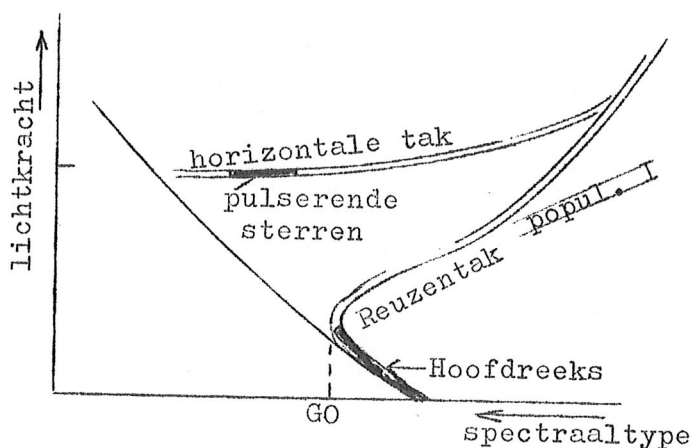


Dit is niet verwonderlijk daar wij ons aan de rand van het melkwegstelsel bevinden en in de richting 0° naar het centrum van het stelsel kijken. De bolvormige sterhopen hebben grote radiële snelheden (tot 300 km/sec), hetgeen betekent dat zij een stelsel vormen dat veel langzamer roteert dan het stelsel der spiraalarmen, waartoe de zon behoort.

Spektra. - De sterbevolking is geheel anders dan in de omgeving van de zon. Alle heldere sterren (dit zijn de enige waarvan men spektra kan opnemen) blijken reuzen te zijn. De reuzentak in het HR-diagram is gesplitst en bestaat enerzijds uit een



tak van gewone oranje-rode reuzen en uit een z.g. horizontale tak die doorloopt tot zeer blauwe sterren (spectraaltipe B).



De hoofdreeks is uitermate kort. De top ervan ligt bij spectraaltipe F8 tot G3. De spektra tonen alle zeer zwakke metaallijnen. De abundantie der zware elementen in bolvormige sterhopen is slechts $\frac{1}{20}$ à $\frac{1}{100}$ van die in sterren van het afgeplatte stelsel:

Populatie I (platte stelsel)	:	Z = <u>0.015 à 0.02</u>
Populatie II (bolvormige sterhopen):		Z = <u>0.001 - 0.0002</u>

(Z = gewichtspercentage elementen zwaarder dan helium).

Afstandsbepaling:

(a) Gebruik de veranderlijke sterren.

RR Lyrae sterren en W Virginis sterren. Deze komen vrij veel voor in bolvormige sterhopen. RR Lyrae sterren hebben $M_V = 0.0^m$.

(b) Gebruik het feit dat de helderste sterren ongeveer $+1.1^M$ helderder zijn dan de RR Lyrae sterren. Deze hebben dus $M_V = -1.1^m$.

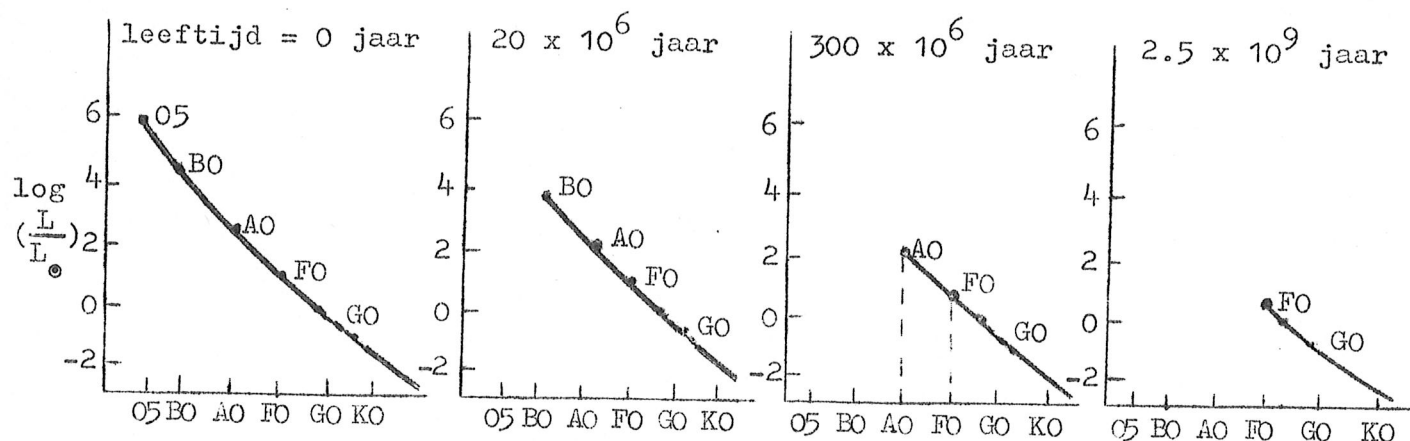
Men neemt b.v. de vijf helderste sterren en stelt hun absolute helderheid gelijk aan -1.1^m . Met $M - m = 5 + 5 \log p$ wordt dan de afstand bepaald.

(c) Voor bolvormige sterhopen die zover verwijderd zijn dat we er geen afzonderlijke sterren meer in kunnen onderscheiden gaat men als volgt te werk. We nemen aan dat alle bolvormige sterhopen ongeveer een even grote totale helderheid hebben. We vergelijken dan de ververwijderde met de dichtbij staande sterhopen, welke we met de methode (a) hebben geijkt.

II.4.4. Leeftijdsbepaling van sterhopen

Vanwege de saamhorigheid moet men wel aannemen dat de sterren in éénzelfde sterhoop alle vrijwel gelijktijdig ontstaan zijn, b.v. doordat een interstellare wolk zich in een aantal condensaties splitste, die tot sterren samentrokken. De sterren in éénzelfde sterhoop zullen dus alle nagenoeg even oud zijn. Daar condensaties in een wolk min of meer volgens het toeval ontstaan, zullen in een pasgevormde sterhoop sterren van allerlei massa's voorkomen, van de grootste tot de kleinste. De hoofdreeks zal dus bij het ontstaan van de sterhoop alle spektraaltypen tussen O5 (de zwaarste sterren: $30 - 50 m_\odot$) en M (de kleinste dwergen) bevatten.

Naarmate de sterhoop ouder wordt zullen eerst de kortlevende O-sterren verdwijnen, daarna de B-sterren, nog later de A-sterren, enz. (Zie de tabel met levensduren hieronder). De hoofdreeks van een sterhoop zal dus in de loop der tijd steeds korter worden. Dit geeft ons



een eenvoudige methode om leeftijden van sterhopen te bepalen.

Men verwacht een vormverandering van de hoofdreeks in het HR-diagram van een steeds ouder wordende sterhoop als aangegeven in de figuren op blz. 18 (vgl. met de tabel op blz. 14).

We zien dat een sterhoop waarin de helderste sterren op de hoofdreeks BO-sterren zijn, een leeftijd van ca. 20 miljoen jaar heeft. De sterren zwaarder dan $16 m_{\odot}$ zijn in deze sterhoop al verdwenen. Zijn de helderste sterren B5-sterren, dan zullen alle sterren zwaarder dan $6 m_{\odot}$ al wegzijn, zodat de leeftijd ca. 100×10^6 jaar moet zijn. Zijn er alleen nog maar stenen van het spectraaltipe AO en later, dan zal de sterhoop 300×10^6 jaar oud zijn, enz.

Op deze wijze vindt men de leeftijd van de sterhopen dus uit het spectraaltipe van de helderste sterren bij de top van de hoofdreeks. Vanwege het verband tussen spectraaltipe en lichtkracht voor hoofdreekssterren, is het nog mooier om de lichtkracht van de top van de hoofdreeks te gebruiken voor de leeftijdsbepaling.

Men verkrijgt aldus de leeftijden van de sterhopen zoals in de fig. op blz 20 aangegeven. We merken op dat \underline{h} en \underline{x} Perseï zeer jong moeten zijn (15×10^6 jaar), de Pleiaden iets ouder (60×10^6 jaar), de Hyaden en de Krib ca. 6×10^8 jaar, en M 67 zelfs 5×10^9 jaar. In de laatstgenoemde sterhoop zijn de helderste nog aanwezige hoofdreekssterren van het spectraal F8 (massa: $\sim 1.2 m_{\odot}$).

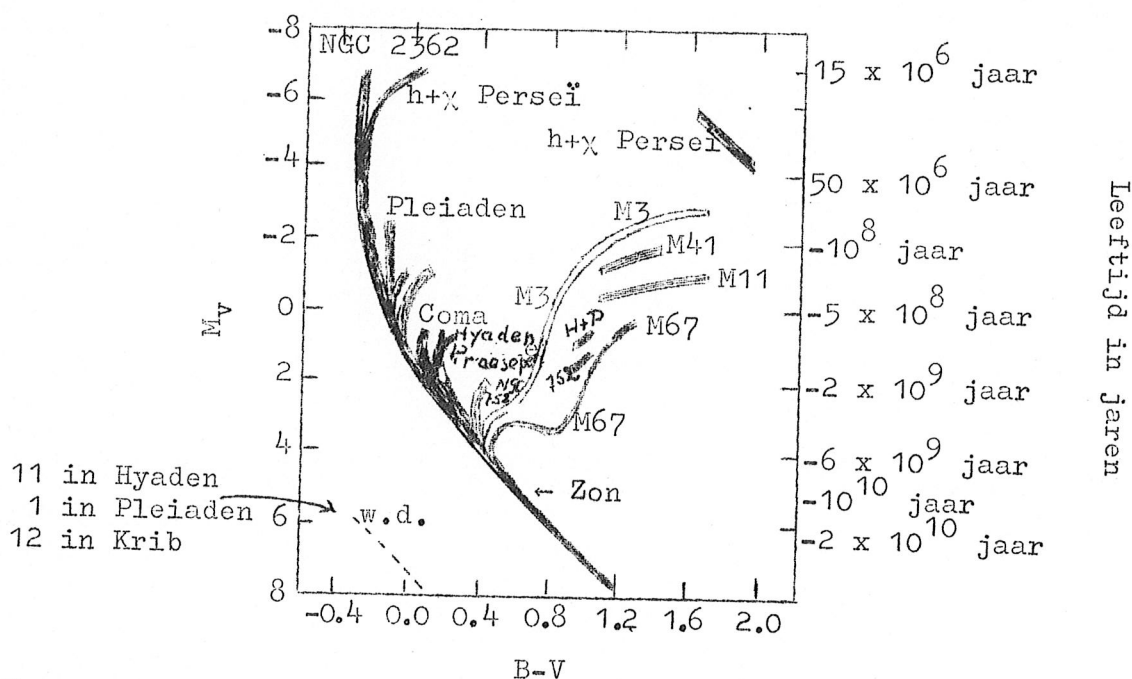
II.4.5. De bolvormige sterhopen

Hier breekt de hoofdreeks al af bij spectraaltipe F8 en later. Deze sterhopen moeten dus ook al zeer oud zijn. Hier doet zich echter één probleem voor: deze sterren hebben een iets andere scheikundige samenstelling en hierdoor een ietwat andere inwendige bouw dan de sterren van populatie I. Hierdoor hebben F8 hoofdreeks sterren van populatie I en populatie II niet noodzakelijk precies dezelfde massa. Het blijkt dat de populatie II sterren van een bepaald spectraaltipe iets kleinere massa's hebben dan populatie I sterren van hetzelfde type. De bolvormige sterhopen zijn ca. 10^{10} jaar oud. Het zijn de oudste objecten uit het melkwegstelsel.

II.5. Waarnemingen betreffende het ontstaan van sterren.

II.5.1. De jongste sterren

Wil men iets te weten komen over de plaatsen in de melkweg waar sterren ontstaan, dan moet men de jongste sterren en sterhopen onderzoeken. De O en B sterren zijn nog zó jong dat zeker een deel van hen zich nog niet ver van hun geboorteplaatsen kan hebben verwijderd.



[De leeftijdsschaal geldt niet voor de bolvormige sterhoop M3]

Leeftijden van open sterhopen, bepaald uit de lichtkracht van sterren bij de top van de cluster-hoofdreeks.

Onderzoek van de O- en vroege B-sterren toont aan dat deze sterren zich nagenoeg altijd in nevelgebieden in de melkweg bevinden, en t.o.v. deze nevels slechts zeer kleine ruimtelijke snelheden bezitten. (Baade, 1944)

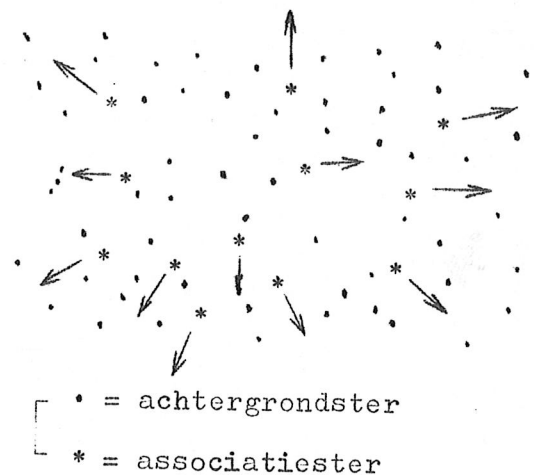
Voorbeelden zijn: de B-sterren in de Pleiaden, de O,B sterren in het gebied van de Orionnevel (het Trapezium van Orion), de O,B sterren bij de Rosettenevel (in de Eenhoorn).

II.5.2. Associaties

Ambartsumian (1949) en Blaauw (1952) vonden dat O,B sterren altijd in ijle groepen voorkomen (~ 50 leden of minder) die op het eerste gezicht niet opvallen t.o.v. de achtergrondsterren. Pas als men hun eigenbewegingen en radiële snelheden meet bemerkt men dat de sterren in een dergelijke groep bij elkaar behoren: de sterren in zo'n groep vluchten weg uit één of twee centra.

Dergelijke groepen van O,B sterren, die kinematisch kennelijk bij elkaar behoren, noemt men OB associaties. Een dergelijke associatie is iets anders dan een sterhoop - een associatie kan een gebied

van meer dan een graad beslaan aan de hemel, wat in de ruimte met tientallen lichtjaren kan overeenkomen. Een open sterhoop heeft echter vrijwel nooit een diameter groter dan enkele lichtjaren en is dus zeer compact. Associatiesterren worden, in tegenstelling tot die in een sterhoop, absoluut niet door gravitatiekrachten bijeen gehouden.



Een OB associatie bevat meestal naast losse OB sterren ook:

- 1) één of meer open sterhopen (b.v.: θ + χ Perseï zijn lid van de I Perseï associatie),
- 2) K en M superreuzen (Betelgeuze is lid van de I Orionis associatie),
- 3) meervoudige stelsels met positieve energie (zoals het Trapezium in Orion),
- 4) Gas en stofnevels,
- 5) Onregelmatig variabele rode dwerg-sterren met een emissiespectrum, de z.g. T Tauri sterren.

Uit de expansiesnelheid van de associatie kan men, terugrekenend, het tijdstip bepalen waarop de sterren zich min of meer in één punt bijeen bevonden. Hieruit vindt men de leeftijd van de associatie. Men vindt zo bijv. de volgende leeftijden:

- I Lacertae: 4.2×10^6 jaar
 II Cepheï : 4.2×10^6 jaar
 II Perseï : 1.5×10^6 jaar
 Sco Centaurus: 30×10^6 jaar.

De associaties zijn dus inderdaad zeer jong, zoals men uit de aanwezigheid der OB sterren ook verwacht (de Sco Cen associatie bevat geen sterren van het type O meer).

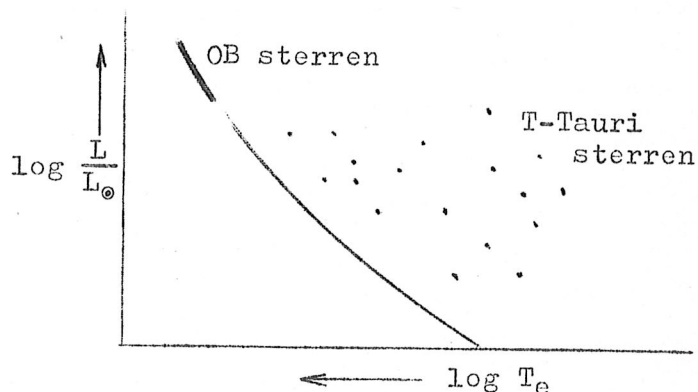
T associaties

Het blijkt dat de T Tauri sterren óók in nevelgebieden voorkomen waarin zich geen OB sterren bevinden. De T Tauri sterren kunnen dus ook aparte associaties vormen. Deze noemt men T-associaties. Daar de T Tauri sterren (dwergen) veel minder opvallend zijn dan de OB sterren moet men speciale middelen gebruiken om hen te vinden: objectief prisma → rode dwergen met emissiespectra vallen direct op. Het blijkt dat:

- a) Elke OB associatie is tevens een T associatie;
- b) Niet elke T-associatie bevat OB sterren;

c) De T Tauri sterren bevinden zich in het HR diagram rechts boven de hoofdreeks;

d) T Tauri sterren komen uitsluitend voor in nevelgebieden in de Melkweg.



We vermoeden uit bovenstaande eigenschappen dat ze misschien de voorlopers zijn van sterren van een spectraaltipe later dan OB op de hoofdreeks.

II.5.3. Globulen en Herbig-Haro objecten

Tegen de achtergrond van heldere emissienevels ziet men dikwijls kleine scherp begrensde donkere wolkjes afsteken. Dit zijn kennelijk gebieden van grote concentratie van gas en stof. Men noemt deze wolkjes bolwolkjes of globulen (B. Bok). Ze hebben doorsneden van enkele lichtjaren en massa's van enkele tot enkele honderden zonsmassa's. Ze bevatten dus genoeg massa om sterren of kleine steragroepen te vormen. Voorbeelden: globulen in de Rosette-nevel (Eenhoorn) en in Scutum Sobieski.

In nevelgebieden ziet men z.g. Herbig-Haro objecten. Dit zijn kleine diffuus lichtende objecten bestaande uit een aantal lichtcentra. Herbig en Haro ontdekten dat voor een dergelijk object in Orion er in 1954 een aantal lichtgevende centra waren bijgekomen die men op foto's van hetzelfde gebied uit 1947 nog niet aantreft. Later is dit verschijnsel ook bij andere H.H.-objecten waargenomen. Het is niet onmogelijk dat men hier de geboorte van - in nevels gehulde - T Tauri sterren meemaakt. Hoewel de tijdsschaal van 7 jaar onwaarschijnlijk kort lijkt zullen we later zien dat men op theoretische gronden inderdaad dergelijke korte tijdsschalen kan verwachten.

II.6. De vergelijkingen van steropbouw.

II.6.1. Inleiding

We kunnen van zon en sterren slechts de buitenkant waarnemen. Van het inwendige kunnen we alleen indirect, door middel van de theorie, iets te weten komen. We hebben al in § II.2.2. gezien dat men temperatuur en druk in het zonneinwendige op eenvoudige wijze kan schatten en aldus bepaalde eigenschappen van het inwendige kan afleiden. Voor sterren geven de waarnemingen ons in het algemeen:

- De chemische samenstelling wordt uit het atmosferische spectrum van de ster bepaald. Meestal blijkt dat de ster vrijwel volledig uit waterstof en helium bestaat met slechts een klein beetje zwaardere elementen (C, O, Na, Ca, Fe). Een karakteristieke samenstelling is b.v. voor populatie I: 70% H, 28% He, 2% zwaardere elementen.

II.6.2. De vergelijking van hydrostatisch evenwicht en de toestands- vergelijking

$$r = R$$

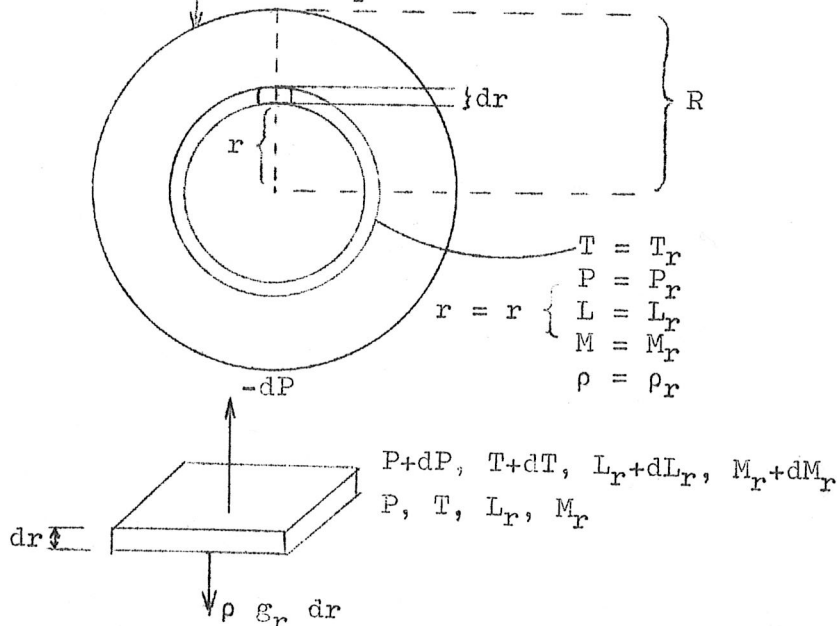
$P = 0$, $\rho = 0$.
|
gasdruk dichtheid (gr/cm³)

$$P = 0; \quad p = 0$$

$$T = T_{\text{eff}}$$

$$L_r = L$$

$$M_x = M$$



De massa
binnen een bol
met straal \underline{r} bin-
nen de ster geven
we aan met M_r .

Beschouw nu
een bolschil met
binnenstraal \underline{r} en
buitenstraal
 $r + dr$. Deze heeft
een volume
 $4\pi r^2 dr$ en dus
een massa

$$d M_r = 4\pi r^2 \rho dr \quad (\text{II.1})$$

Dit is de differentiaalvergelijking voor de massa; de oplossing is:

$$M_r = \int_0^r 4\pi r^2 \rho dr \quad (\text{II.2})$$

Aan het oppervlak van de bol met straal r heerst een gravitatieversnelling gelijk aan:

$$g_r = G \frac{M_r}{r^2} \quad (\text{II.3})$$

We nemen nu aan dat de ster in evenwicht is. De gasdruk P zal dan van binnen naar buiten afnemen. Beschouw nu een oppervlakje van 1 cm^2 van de bolschil tussen r en $r + dr$ (zie figuur). Hierop werkt naar buiten toe een drukkracht gelijk aan het drukverschil $-dP$ tussen onder- en bovenkant. Naar beneden toe werkt tegengesteld hieraan een kracht gelijk aan het gewicht van het blokje [met ondervlak 1 cm^2 en opstaande zijde gelijk aan $dr \rightarrow \text{volume} = dr \text{ cm}^3$]. Deze twee krachten houden elkaar in evenwicht, dus:

$$dP = -\rho g_r dr \quad (\text{II.4})$$

Hieruit volgt met (II.3) de vergelijking

$$\frac{dP}{dr} = -\rho \frac{G M_r}{r^2} \quad (\text{II.5})$$

Dit is de vergelijking voor hydrostatisch evenwicht.

In de meeste sterren is P praktisch gelijk aan de gasdruk; slechts in de zeer zware hete sterren speelt ook de stralingsdruk een (kleine) rol, in dat geval geldt: $P = P_g + P_r$.

b) De toestandsvergelijking der materie

Het verband (op iedere plaats) tussen de druk P , de dichtheid ρ en de (absolute) temperatuur T - als derde toestandsgrrootheid - noemt men de toestandsvergelijking. Voor normale gassen geldt de ideale gaswet van Boyle/Gay Lussac:

$$P_g = \rho \cdot \frac{RT}{\mu} \quad (\text{II.6})$$

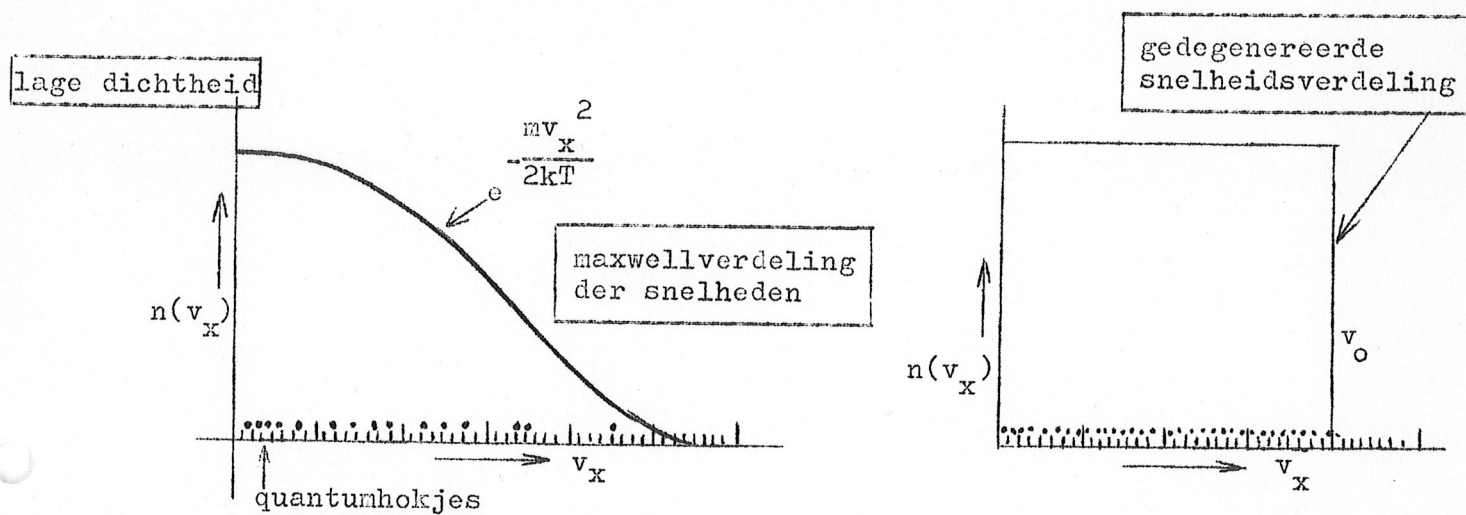
waarbij $R = 8.314 \times 10^7 \text{ erg/graad.mol}$ de universele gasconstante is en μ het gemiddeld moleculairgewicht aangeeft. Deze vergelijking geldt zolang de onderlinge krachten tussen de gasdeeltjes in het niet vallen bij de kinetische (thermische) energie.

Het gemiddeld moleculair gewicht μ is bij volledige ionisatie gelijk aan het atoomgewicht gedeeld door het aantal deeltjes, d.w.z.:

kernen + electronen. Voor geïoniseerd waterstof vindt men zo: $\mu_H = \frac{1}{2}$; voor helium: $\mu_{He} = \frac{4}{3}$ en voor alle zwaardere elementen: $\mu \approx 2$.

Pas bij $\rho > 10^2$ à 10^4 gr/cm³ (enigszins afhankelijk van de temperatuur) verandert de vorm van de toestandsvergelijking van de materie in het sterinwendige door het optreden van ontaarding. Dit is het gevolg van het Pauli-principe, volgens welk principe geen enkele quantumtoestand door méér dan één electron mag worden bezet (we zien dit al direct in de verdeling van electronen in schillen in een atoom). Fermi en Dirac hebben dit voor het eerst op de statistische mechanica toegepast (waarmee men de snelheidsverdeling der deeltjes in een gas bestudeert): in een ontaard gas zijn alle quantumtoestanden tot een bepaalde maximale energie volledig bezet.

In één dimensie van de snelheidscomponenten:



De deeltjes zijn hier statistisch over de quantumhokjes verdeeld

Bij hoge dichtheid zijn alle quantumhokjes gevuld: de snelheidsverdeling degenereert

In een volledig gedegenererd gas is het temperatuurbegrip zinloos; de druk P hangt nu nog slechts van de dichtheid ρ af, en wel volgens

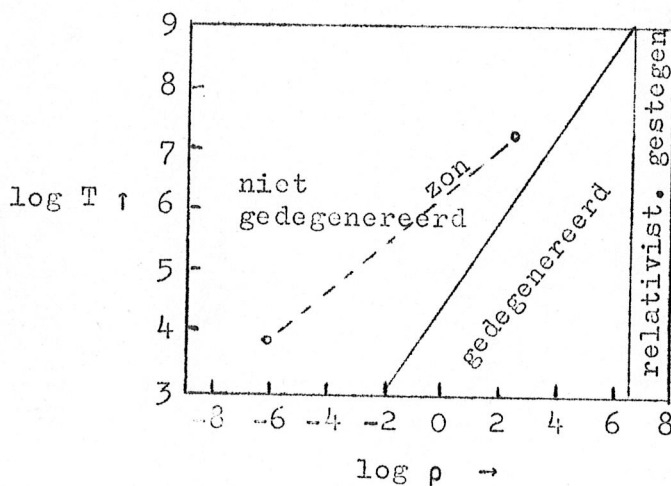
$$P = 9.91 \cdot 10^{12} \left(\frac{\rho}{\mu_E} \right)^{5/3} \quad (\text{II.7})$$

Hierbij geeft μ_E de gemiddelde massa (in atomaire eenheden) per electron aan. Dus: voor waterstof is $\mu_E = 1$; voor helium is $\mu_E = 2$ evenals voor vrijwel alle andere atoomsoorten.

Bij nog hogere dichtheden, voor $\rho > 2 \cdot 10^6 \text{ gr/cm}^3$ wordt de maximum-energie der electronen groter dan de rustmassa energie mc^2 (v_0 in bovenstaande figuur wordt van orde c).

Men krijgt dan relativistische degeneratie, waarvoor geldt:

$$P = 1.231 \cdot 10^{15} \left(\frac{\rho}{\mu_E} \right)^{4/3} \quad (\text{II.8})$$



Grens van gedegenerceerd en niet gedegenerceerd:

Stel (II.6) en (II.7) aan elkaar gelijk:

$$\rho \frac{RT}{\mu} = 9.91 \cdot 10^{12} \left(\frac{\rho}{\mu_E} \right)^{5/3}$$

$$\rightarrow \rho^{2/3} \sim T$$

$$\rightarrow \log T = \frac{2}{3} \log \rho + \text{constant}$$

dit is de grenslijn in de figuur.

II.6.3. Temperatuurverdeling en energietransport in het sterinwendige

Om de temperatuurverdeling in het sterinwendige $[T(r)]$ te berekenen moeten we onderzoeken welk soort energietransport er plaats heeft. Slecht energietransport geeft een steile temperatuurgradiënt, goed energietransport geeft een vlakke temperatuurgradiënt [houdt resp. een stukje hout en een stukje ijzerdraad in een vlam - voelt U het verschil in temperatuurgradiënt?]

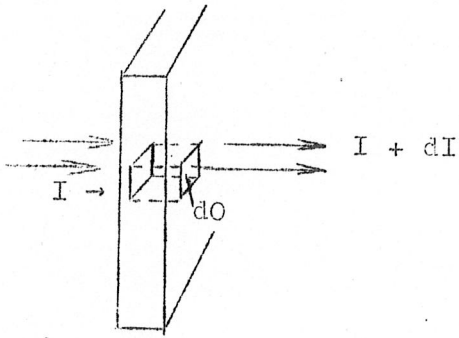
Allereerst kan energietransport door straling optreden. Dit geschiedt door absorptie en re-emissie van de in het inwendige opgewekte stralingsflux. Daar we evenwicht aannemen moet de bolschil de flux L_r die ze van binnen uit ontvangt ook naar buiten weer uitstralen. Deze vorm van energietransport heet stralingstransport of stralingsevenwicht. De lagen zijn hierbij in rust en de atomen absorberen en re-emitteren de straling continu zodat de fotonen geleidelijk naar buiten lekken.

a) Het begrip absorptiecoëfficiënt

Bekijk een bundel met energieflex $I \text{ erg/sec}$ die op een absorberend laagje met dikte dx valt:

Laat de bundel een doorsnede dO hebben.

Men definiëert nu de absorptiecoëfficiënt k_0 per cm^3 van het materiaal van de laag als volgt:



De uittredende bundel heeft na doorgang een bedragje $-dI$ aan energie verloren. Het is duidelijk dat dit bedrag evenredig zal zijn met:

1. de intensiteit I van de opvallende straling; *per cm^2 per sec*
2. de dikte dx van de absorberende laag;
3. het oppervlak dO van de doorsnee van de bundel.

$$dI = -k_0 I dx dO \quad (\text{II.9})$$

Voor de betreffende bundel is dO constant. Door vergelijking (II.9) te integreren kan men de verzwakking als functie van x berekenen:

$$\frac{dI}{I} = - \underbrace{k_0 dO}_{\text{const}} dx$$

geeft na integreren:

$$I(x) = I_0 e^{-k_0 dO \cdot x} \quad (\text{II.10})$$

waarbij I_0 de intensiteit bij $x = 0$ is. De bundel wordt dus exponentieel verzwakt met x .

Beter nog is het, de absorptiecoëfficiënt per gram materie te definiëren (in plaats van per cm^3). Dit is zinvol in het geval van een gas - het gaat immers om het aantal absorberende deeltjes; dit aantal behoeft in een gas niet in elke cm^3 hetzelfde te zijn. Het aantal deeltjes per gram is wel constant. Definieert men k als de absorptiecoëfficiënt per gram, dan zal de absorptiecoëfficiënt k_0 per volume-eenheid gelijk zijn aan:

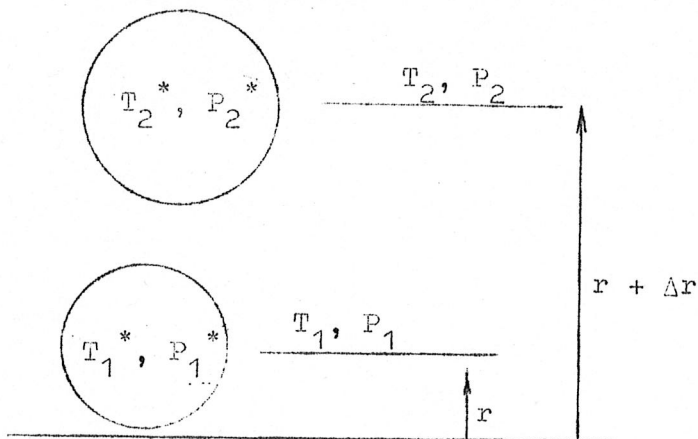
$$\underbrace{k_0}_{\text{per cm}^3} = \underbrace{k}_{\text{per gr.}} \underbrace{\rho}_{\text{gr/cm}^3} \quad (\text{II.11})$$

[Ga zelf na, dat als ρ een functie van x is, integratie van (II.9) geeft:

$$I = I_0 e^{-k \cdot dO \int_0^x \rho(x) dx} \quad (\text{II.12})$$

k is over het algemeen een functie van ρ , T en van de chemische samenstelling. Meestal kan ze goed worden benaderd door

$$k = \text{const } \rho T^{-7/2} \quad (\text{Wet van Kramers}).$$

c) Energietransport door convection

Beschouw een .atmo-
sfeer waarin de tempera-
tuur van de hoogte r af-
hangt: $T = T(r)$.

We willen nu onder-
zoeken of een gasbel die
we iets naar boven ver-
plaatsen, als gevolg van
haar adiabatische uitzet-
ting lichter dan haar om-
geving zal worden of niet.

Op de hoogte r heersen druk P_1 en temperatuur T_1 in de atmosfeer,
op de hoogte $r + \Delta r$ " " P_2 " " T_2 " " " .

We nemen aan dat op de hoogte r de bel in temperatuur- en druk-
evenwicht met haar omgeving is; dus $T_1^* = T_1$

$$P_1^* = P_1 .$$

Verder nemen we aan dat tijdens het omhoogbrengen de bel steeds in
drukevenwicht met haar omgeving blijft: $P_2^* = P_2$.

Daar we aannemen dat de bel adiabatisch uitzette kunnen we haar
temperatuur T_2^* berekenen met de adiabatenvergelijking:

$$\frac{T}{P^{(1-\frac{1}{\gamma})}} = \text{const.} , \quad \text{met} \quad \gamma = \frac{c_p}{c_v} \quad (\text{II.14})$$

Dus:

$$T_2^* = T_1^* \left(\frac{P_2}{P_1} \right)^{(1-\frac{1}{\gamma})} = T_1 \left(\frac{P_2}{P_1} \right)^{(1-\frac{1}{\gamma})} \quad (\text{II.15})$$

Als $T_2^* > T_2$, dan is de bel lichter dan haar omgeving geworden en
zal dus verder gaan stijgen. In dit geval is de atmosfeer dus insta-
biel en zal er convection optreden. Ga zelf na dat een eenmaal dalende
bel in deze atmosfeer blijft dalen.

Als $T_2^* < T_2$, dan is de omhooggebrachte bel zwaarder dan haar om-
geving geworden en zal dan weer gaan dalen. De atmosfeer is in dit
geval stabiel. [Een naar beneden gebrachte bel zal bij loslaten weer
stijgen.]

[Deze regels gelden voor steratmosferen zowel als voor de aardse
atmosfeer: b.v. de vorming van convectieve bewolking op zomerdagen na
verhitting van de ondergrond.]

Algemene regel voor een steratmosfeer is dus: er treedt convector op als

$$\left. \begin{aligned} \left(\frac{dT}{dr} \right)_{ad} &> \frac{dT}{dr} \\ \text{en geen convector als } \left(\frac{dT}{dr} \right)_{ad} &\leq \frac{dT}{dr} \end{aligned} \right\} \quad (\text{II.16})$$

(beide gradienten zijn negatief, er staat dus eigenlijk:

$$\left| \frac{dT}{dr} \right|_{ad} \geq \left| \frac{dT}{dr} \right| ; (\text{II.16}) \text{ wordt het Schwarzschild criterium genoemd.}$$

Hier is $\left(\frac{dT}{dr} \right)_{ad}$ de temperatuursgradient die in de bel optreedt tijdens het adiabatisch opstijgen. Deze gradient kan eenvoudig uit vgl.(II.14) afgeleid worden:

$$\left(\frac{dT}{dr} \right)_{ad} = \left(\frac{dT}{dP} \right)_{ad} \cdot \frac{dP}{dr} = \left(1 - \frac{1}{\gamma} \right) \frac{T}{P} \frac{dP}{dr}$$

$$\text{dus } \left(\frac{dT}{dr} \right)_{ad} = \left(1 - \frac{1}{\gamma} \right) \frac{T}{P} \frac{dP}{dr} \quad (\text{II.17})$$

men kan $\left(\frac{dT}{dr} \right)_{ad}$ dus eenvoudig uit het drukgradient in de atmosfeer uitrekenen.

Om te onderzoeken hoe in een bepaalde laag in het sterinwendige de energie getransporteerd wordt: of door straling, of door de opstijgende convectorbellen (die bovenin de atmosfeer hun warmte afgeven) moet men dus beide gradienten

$\left(\frac{dT}{dr} \right)_{str}$ en $\left(\frac{dT}{dr} \right)_{ad}$ uitrekenen. Als $\left(\frac{dT}{dr} \right)_{ad} > \left(\frac{dT}{dr} \right)_{str}$ dan treedt convectorief transport op.

Als $\left(\frac{dT}{dr} \right)_{ad} \leq \left(\frac{dT}{dr} \right)_{str}$ dan gaat het energietransport door middel van straling.

d) De energieopwekking

De door kernreacties geproduceerde energie in de bolschil zal gelijk zijn aan

$$dL_r = 4 \pi r^2 \rho \epsilon_r dr \quad (\text{II.18})$$

massa v.d.schil $\times \epsilon_r$

$$\epsilon_r = \epsilon(\rho, T, X, Y, Z).$$

II.6.4. Berekening van de bouw van een ster

a) Vatten we de vergelijkingen die hierboven afgeleid zijn voor de vier onbekende grootheden

$$\left. \begin{array}{l} T_r \\ P_r \\ L_r \\ M_r \end{array} \right\}$$

als functie van r , samen dan hebben we

$$\frac{dM_r}{dr} = 4 \pi r^2 \rho \quad (\text{II.A})$$

$$\frac{dP}{dr} = - \frac{GM_r}{r^2} \rho \quad (\text{II.B})$$

$$\frac{dL_r}{dr} = 4 \pi r^2 \rho \epsilon \quad (\text{II.C})$$

$$\frac{dT}{dr} = - \frac{L_r}{4\pi r^2} \frac{3k\rho}{4acT^3} \quad \left. \begin{array}{l} \text{stralingsevenwicht} \\ \text{(vgl. v. Eddington)} \end{array} \right\} \quad (\text{II.D } 1)$$

$$\frac{dT}{dr} = (1 - 1/\gamma) \frac{T}{P} \frac{dP}{dr} \quad \left. \begin{array}{l} \text{convectief evenwicht} \end{array} \right\}$$

$$\left. \begin{array}{l} \text{hierbij zijn de functies } \epsilon = \epsilon(\rho, T, X, Y, Z) \\ k = k(\rho, T, X, Y, Z) \\ \rho = \rho(P, \Gamma, X, Y, Z) \end{array} \right\} \quad (\text{II.E})$$

bekende fysische functies, die men in standaardwerken getabelleerd kan vinden als functies van ρ , T , X , Y en Z .

Daar we met vier vergelijkingen en vier onbekenden te maken hebben zijn de vgl'n. in principe oplosbaar. Het zijn differentiaal-vergelijkingen. Mits men de randvoorwaarden kent kan men ze oplossen.

Stelling van Russell-Vogt: "Een ster met gegeven massa en chemische samenstelling is volkomen bepaald".

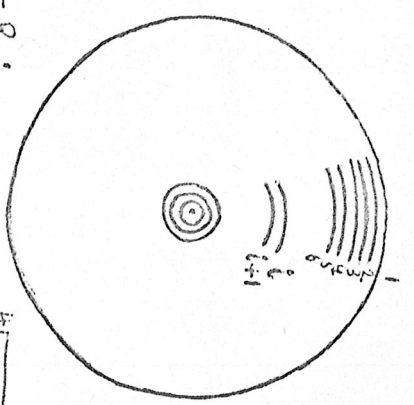
Dit is duidelijk, daar in (II.A - II.D) we met k , ρ en ϵ te maken hebben die nog van X , Y , Z afhangen.

b) Methode van oplossing. De oplossing bestaat uit vele malen proberen. We kennen n.l. de randvoorwaarden niet. We nemen daarom maar een zekere \underline{L} en \underline{R} voor de ster aan, integreren nu onze vergelijkingen naar binnen toe. De temperatuur aan de rand zal gelijk zijn aan de effectieve temp.

$T_e = \sqrt[4]{\frac{L}{4\pi R^2 \sigma}}$ en $P = 0$ aan de rand. Door \underline{L} en \underline{R} aan te nemen (onderstellen we bekend) kennen we dus alle vier de grootheden aan de rand en kunnen dan (II.A - II.D) numeriek naar binnen integreren (door in kleine stapjes naar binnen te gaan).

Voorbeeld:

Numerieke Integratie van het model van een ster met massa M en chem. samenstelling X, Y, Z .



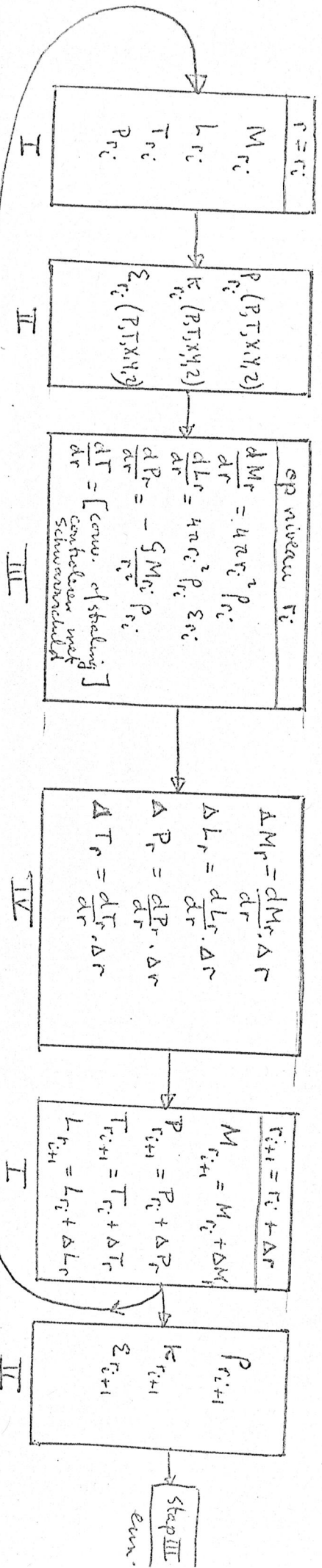
$$r = R; \\ L_r = L, M_r = M, T = T_{eff} = \sqrt{\frac{4\pi R^2 \sigma}{r}}$$

De ster wordt verdeeld in n schillen met onderlinge afstand Δr . De numerieke integratie gaat als volgt: Onderstel dat we $M_{r_i}, L_{r_i}, T_{r_i}$ en P_{r_i} kennen voor de schil $r = r_i$. We kennen dan ook $\rho_{r_i}, \kappa_{r_i}, \epsilon_{r_i}$ omdat dit bekende functies van P, T, X, Y en Z zijn (zie II.E).

We kunnen dan met vgl. (II.A) - (II.D) de afgeleiden $\frac{dM_r}{dr}, \frac{dL_r}{dr}, \frac{dT_r}{dr}$ en $\frac{dP_r}{dr}$ berekenen, dan ook de rechter leden van deze vergelijkingen kunnen berekenen. Met deze afgeleiden kunnen we dan een stapje Δr verder de ster

$L_{r_{i+1}} = L_{r_i} + \Delta L_r, \dots$ enz. Met $M_{r_{i+1}}, L_{r_{i+1}}, T_{r_{i+1}}, P_{r_{i+1}}$ herhaalt men dezelfde procedure $\rightarrow M_{r_{i+2}}, L_{r_{i+2}}, \dots$ enz.

Schema:



Het enige probleem is, de juiste beginwaarden te vinden. Men kiest een bepaalde L en R (voor gegeven M, X, Y, Z) en neemt dan $r_i = R, L_i = L, T_i = T_{eff}, P_i = 0, M_i = M$ en begint dan de stapsgewijze integratie. Als de gekozen R, L juist waren, dan moet men een overeenstemming vinden; $L_r = 0, M_r = 0$, vindt men dit niet, dan moet men overeenstemming vinden.

aan het centrum en vindt:

voor $r = 0$: M_{rc} , L_{rc} , P_c en T_c .

d) De randvoorwaarde in het centrum

Als men aan de rand van de ster de juiste waarden van L en R heeft gekozen (wat betekent: de waarden behorend bij een evenwichtsmodel voor een ster met massa m), dan moet men in het centrum vinden: $M_{rc} = 0$, $L_{rc} = 0$.

Als de integratie dit niet oplevert, waren de L en R waarvan we uitgingen niet juist; men kiest dan andere L en R en probeert het opnieuw, enz., zolang tot men een paar (L, R) vindt, dat in het centrum juist $M_{rc} = L_{rc} = 0$ levert.

Men heeft dan het juiste model voor een ster van massa m (en de gegeven chemische samenstelling) gevonden.

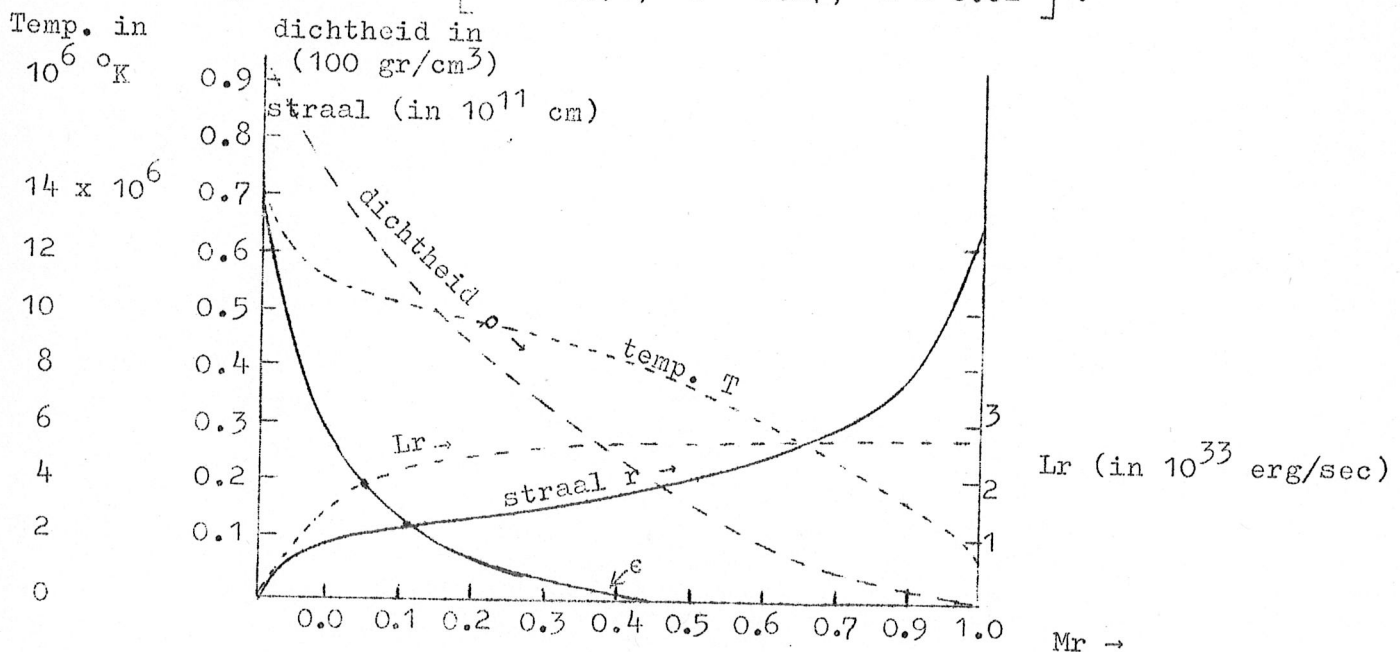
Tevens kent men voor dit model het verloop van P , T , M_r , L_r en ρ als functie van r .

Bovendien weet men, uit het gebruik van de voorwaarde (II.16), w  r zich convectieve zônes in het model bevinden.

II.6.5. Modellen van de zon en evolutie tijdens de waterstofverbranding

a) Het beginmodel

We hebben in het bovenstaande aangenomen dat de ster een homogene scheikundige samenstelling heeft - d.w.z.: X , Y en Z zijn konstant door de gehele ster. Men kan op deze wijze dus alleen maar het beginmodel van de zon uitrekenen, zoals het 5×10^9 jaar geleden was. Men vindt dan het volgende model $[X = 0.71; Y = 0.27; Z = 0.02]$:



b) Het Model van een oudere ster

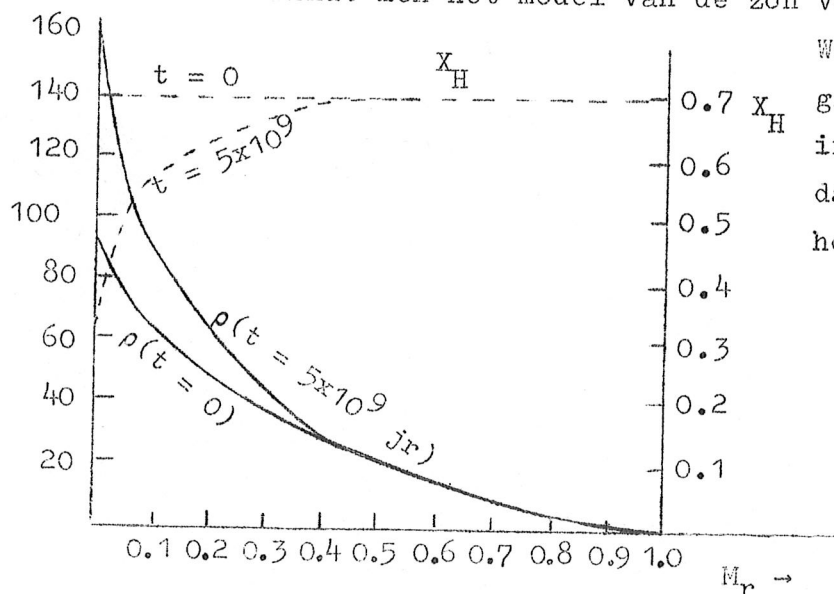
Om het model van de zon voor thans uit te rekenen gaat men als volgt te werk:

- 1) Men kent voor het beginmodel ϵ_r als functie van r . Men weet dus hoeveel waterstof er per seconde in elk punt van de ster in helium wordt omgezet.
- 2) Hieruit kan men berekenen hoeveel helium er in elk punt van de ster gevormd is na een tijdsinterval Δt . Men vindt dan voor dit tijdstip het verloop van de waterstof- en heliumabundanties $X(r)$ en $Y(r)$ als functie van r . Daar dit verloop niet meer constant is, zal het beginmodel nu niet meer precies het juiste stermodel zijn.
- 3) Om het nieuwe stermodel te berekenen voor het tijdstip Δt , gaat men op precies dezelfde wijze tewerk als in § (II.6.4.) is uiteengezet. Hier zijn nu $X(r)$ en $Y(r)$ functies van r , hetgeen invloed zal hebben op de grootheden ϵ , k , μ en ρ , daar deze functies zijn van X , Y , Z , P , T . Men werkt dus als volgt:
 - (i) kies een L,R combinatie (in de buurt van die voor het beginmodel)
 - (ii) integreer stapsgewijs naar binnen, rekening houdend met het verloop $X(r)$, $Y(r)$.
 - (iii) Probeer dit weer net zolang tot men een L,R combinatie vindt die in het centrum $M_{r_c} = L_{r_c} = 0$ oplevert.

Dit is dan het stermodel voor het tijdstip $t = \Delta t$.

- 4) Voor het model op tijdstip $t_2 = \Delta t$ kent men ϵ_r als functie van r en kan dus weer $X(r)$ en $Y(r)$ berekenen voor het tijdstip $t_3 = t_2 + \Delta t$ en hiervoor weer het stermodel berekenen, enz.

Aldus vindt men het model van de zon voor $t = 5 \times 10^9$ jaar:



We geven alleen ρ en X in grafiek: vergeleken met die in het beginmodel. We zien dat voor het zonnecentrum het volgende geldt:

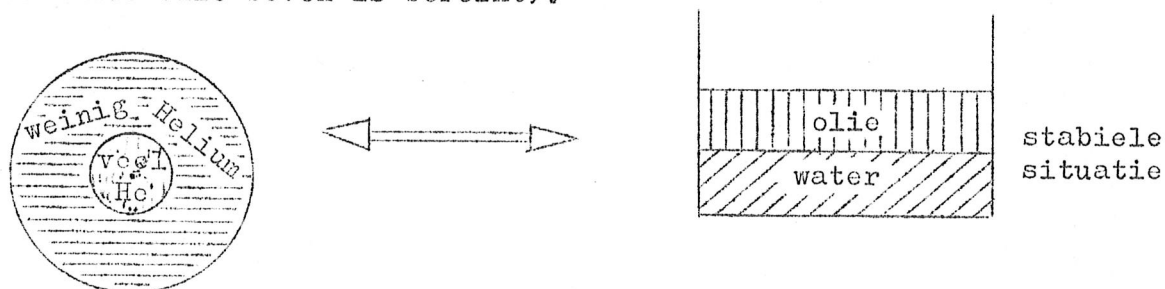
	$t = 0$	$t = 5 \cdot 10^9$ jaar
$T_c =$	$13.7 \times 10^6 \text{ } ^\circ\text{K}$	15.7×10^6
$\rho_c =$	90 g/cm^3	158
$X =$	0.71	0.36
$\epsilon =$	13.9 erg/g.sec	17.5 erg/g.sec.
$R_\odot =$	$6.59 \times 10^5 \text{ km}$	$R_\odot = 6.94 \times 10^5 \text{ km}$
$L_\odot =$	$2.78 \times 10^{33} \text{ erg/sec}$	$L_\odot = 3.90 \times 10^{33} \text{ erg/sec}$

c. De aanname van géén menging

In het bovenstaande is stilzwijgend aangenomen dat er in de in stralingsevenwicht verkerende lagen in een ster geen vermenging van de lagen van verschillende diepte plaatsheeft en dat het gevormde helium op de plaats blijft waar het is ontstaan. Dit is een gevolg van twee feiten:

- het sterinwendige heeft een zeer grote dichtheid en is daardoor als een zeer taaie vloeistof op te vatten.
- De gevormde helium is zwaarder dan waterstof. De lagen in het binnenste van de ster hebben hierdoor een groter soortelijk gewicht dan de verder naar buiten liggende lagen. Het soortelijk gewicht neemt af naar buiten.

Deze situatie - van een zware vloeistof die onder drijft en een lichte die boven drijft - is stabiel. Vergelijk dit met een bak met water waarop men olie giet. De vloeistoffen vertonen geen neiging om zich te vermengen (in het omgekeerde geval is de situatie niet stabiel, water op olie gegoten gaat in slurven naar beneden zakken totdat de situatie met olie boven is bereikt).



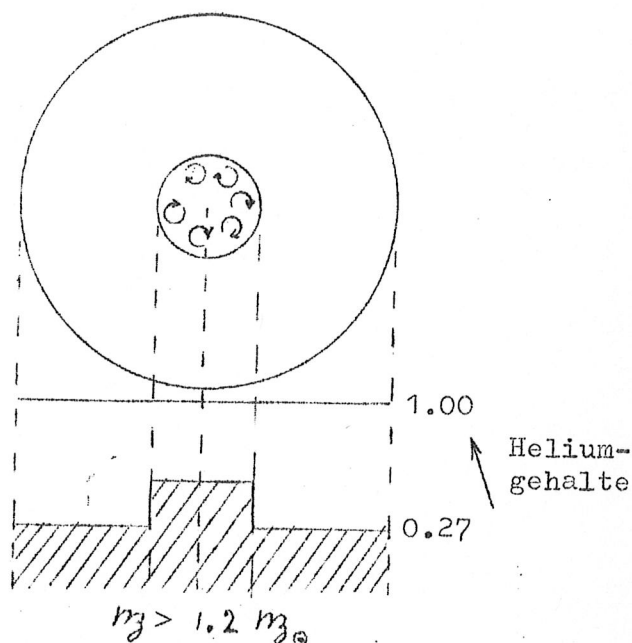
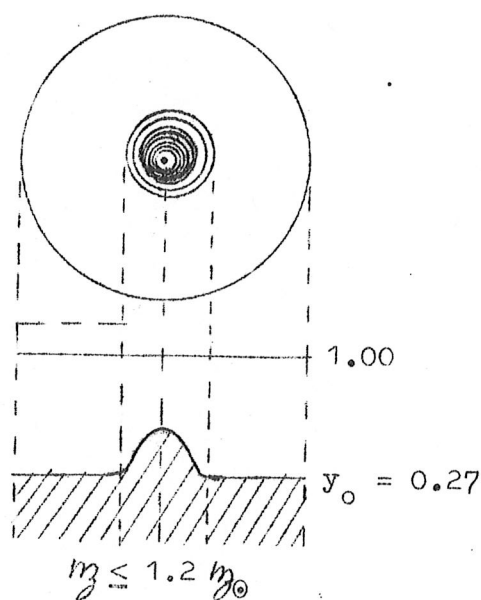
stabiele situatie

Behalve in convectieve zones zal er daarom géén menging optreden tussen de verschillende lagen in de ster.

d) Modellen van hoofdreekssterren - Evolutie tijdens de waterstof-verbranding.

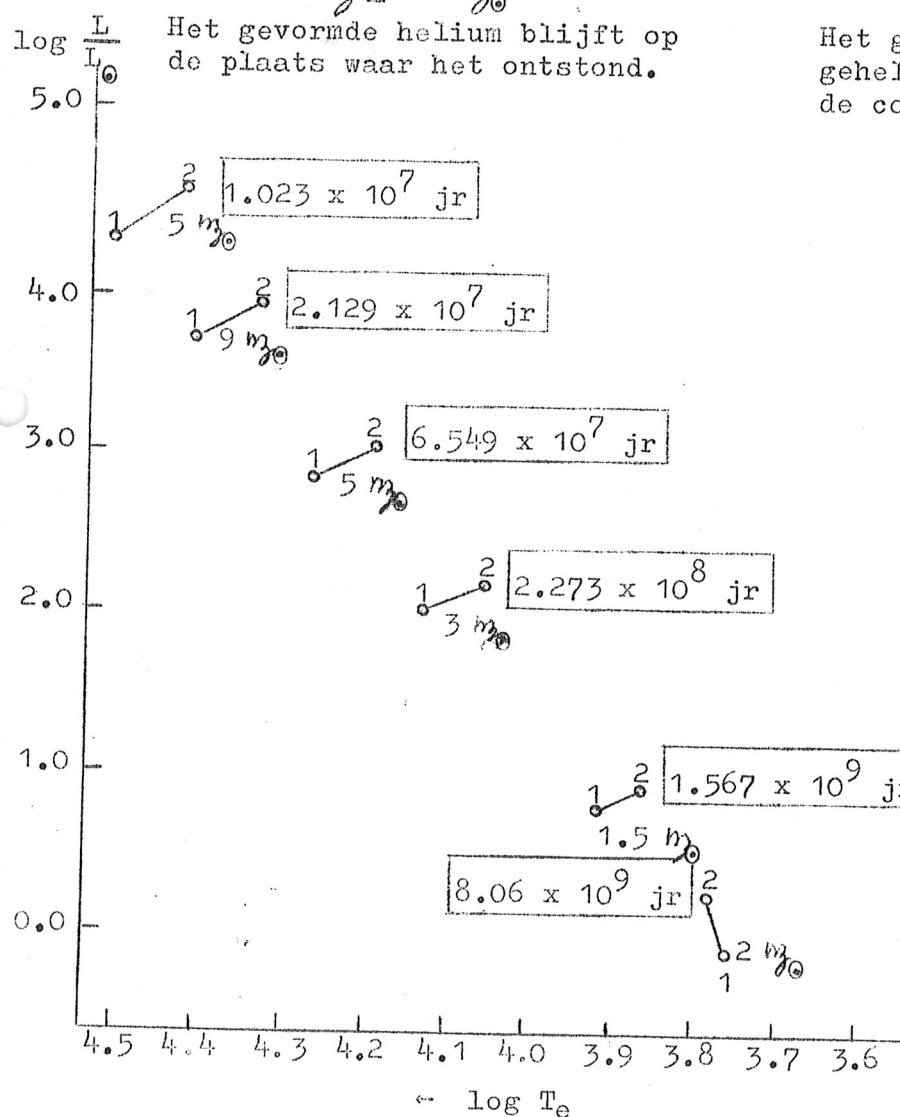
Dit ontbreken van menging heeft tot gevolg dat de ster een kern met een steeds hoger helium-gehalte gaat ontwikkelen. Hierbij treedt er een verschil op tussen hoofdreekssterren die lichter en sterren die zwaarder zijn dan $1.2 m_\odot$ zijn:

In sterren met $m \leq 1.2 m_{\odot}$: kern in stralingsevenwicht (PP keten);
 $m > 1.2 m_{\odot}$: convectieve kern (CNO cyclus):



Het gevormde helium blijft op de plaats waar het ontstond.

Het gevormde helium wordt door de gehele kern heen verspreid door de convectie.



De figuur toont resultaten van berekeningen door de Amerikaan I. Iben voor sterren met $X = 0.70$, $Y = 0.28$ en $Z = 0.02$. Het beginmodel is aangegeven met 1, het model met een centraal heliumgehalte van 100% is aangegeven met 2. Dit model markeert dus het einde van de waterstofverbranding.

De tijdsintervallen nodig om van 1 naar 2 te komen zijn in de figuur aangegeven.

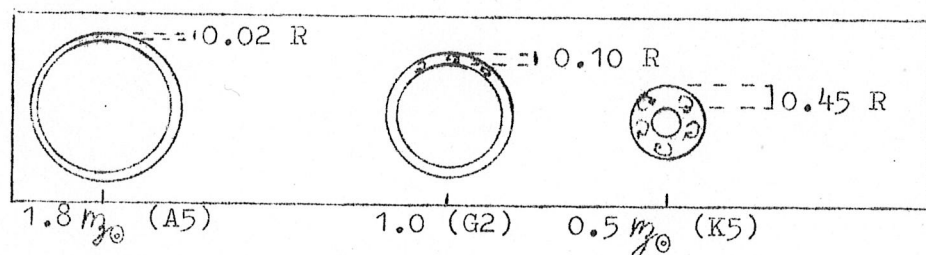
Men merkt op:

a) sterren met $m > 1.2 m_{\odot}$ evolueren naar rechts en iets naar boven. Ze worden maximaal ongeveer een factor 2 helderder dan in het begin.

- (b) Sterren met $m \leq 1.2 m_{\odot}$ bewegen zich naar linksboven, vrijwel vertikaal en worden ongeveer een factor 3 helderder dan bij hun geboorte.

Vraag: Beredeneer aan de hand van bovenstaande figuur waarom in het HR diagram van een sterhoop de top van de hoofdreeks altijd iets naar rechts afwijkt ten opzichte van hoofdreeksen van jongere sterhopen (z. § II.4.2 en § II.4.5.)

e. Convectie in de buitenlagen. Modelberekeningen tonen aan dat in hoofdreekssterren van spectraaltipe A5 en later ($m < 1.8 m_{\odot}$) ook in de buitenlagen een convectief gebied optreedt dat dieper wordt in de richting van de latere spectraaltipes. Bij de zon is de diepte van deze laag ongeveer $0.1 R_{\odot}$; ze bevat een massa van ongeveer $0.01 m_{\odot}$.



Hoewel de diepte der convectielagen groot kan zijn, bevatten ze slechts een zeer geringe fractie van de massa.

II.7 Het viriaalthereema

II.7.1 Het viriaalthereema voor een éénatomig ideaal gas.

Zoals in § (II.2.1.) werd afgeleid is de totale potentiële (gravitatie) energieinhoud van een ster gelijk aan:

$$E_g = - \int_0^R \frac{GM_r}{r} dm_r$$

Immers - als we de ster laagje voor laagje opbouwen door materie aan te dragen vanaf het oneindige tot r , dan komt bij aanbrengen van het massa-elementje dm_r vrij de hoeveelheid energie $\frac{GM_r}{r} dm_r$. Dit moeten we dan van $r = 0$ tot $r = R$ integreren om de totale bij de opbouw vrijkomende energie te vinden

$$dm_r = 4 \pi r^2 \rho dr \quad (II.A)$$

zodat

$$E_g = - \int_0^R \frac{GM_r}{r} 4 \pi r^2 \rho dr \quad (II.20)$$

In geval van een ideaal éénatomig gas geldt:

$$E_{th} = \frac{3}{2} N k T = \frac{3}{2} P_{gas} \quad (II.21)$$

thermische energie per cm^3 constante van Boltzmann
aantal deeltjes per cm^3

De totale thermische energie-inhoud van de ster is dan:

$$E_{th} = \int_0^R \frac{3}{2} P dV = \int_0^R \frac{3}{2} P \cdot 4 \pi r^2 dr$$

volume

$$\text{Integreer partieel} \rightarrow E_{th} = \frac{3}{2} P \cdot \frac{4}{3} \pi r^3 \Big|_0^R - 2 \int_0^R \frac{dP}{dr} \pi r^3 dr$$

$= 0$

[de eerste term van P.L. = 0 daar voor $r=R$ geldt: $P=0$; voor $r=0$: $r^3=0$]

$$\text{Dus: } E_{th} = -\frac{1}{2} \int_0^R \left(r \frac{dP}{dr} \right) 4 \pi r^2 dr \quad (II.22)$$

Met behulp van vgl.(II.B) van hydrost.evenw.: $\frac{dP}{dr} = -\frac{GM_r}{r^2} \rho$
gaat vgl.(II.22) over in:

$$E_{th} = +\frac{1}{2} \int_0^R \frac{GM_r}{r} 4 \pi r^2 \rho dr \quad (II.23)$$

Combinatie van vgl.(II.20) en (II.23) levert:

$$E_g = -2 E_{th} \quad (II.24)$$

Men kan ook de totale energie uitrekenen:

$$E_{tot} = E_g + E_{th} = E_g - \frac{1}{2} E_g = \frac{1}{2} E_g$$

$$\text{dus: } E_{tot} = \frac{1}{2} E_g \quad (II.25)$$

(II.24) en (II.25) zijn verschillende vormen van het zg. Viriaal theorema.

II.7.2. Het geval van een willekeurige gasbol:

Men kan voor een gas algemeen in plaats van vgl.(II.21) schrijven:

$$P = (\gamma - 1) E_{th} \quad \text{met}$$

$$\gamma = C_p / C_v .$$

Men leidt dan eenvoudig, op dezelfde wijze als hierboven, af dat

$$E_g = -3 (\gamma - 1) E_{th} \quad (II.26)$$

Controle: voor een ideaal éénatomig gas is $\gamma = 5/3$ en vindt men vgl.(II.24) terug.

Men kan in dit geval de totale energie van de ster schrijven als:

$$E_{tot} = E_g + E_{th} = E_g - \frac{1}{3(\gamma-1)} E_g$$

$$\rightarrow E_{tot} = \frac{3\gamma-4}{3(\gamma-1)} E_g \quad (II.27)$$

Dit is de algemene vorm van het viriaalthorema.

II.7.3. De betekenis van het viriaalthorema voor de sterevolutie.

We beschouwen van nu af het gas in de ster als een ideaal éénatomig gas. In dat geval geldt dus (II.24) en (II.25)

$$E_g = -2E_{th} \quad (II.24)$$

$$\text{en } E_{tot} = \frac{1}{2} E_g \quad (II.25)$$

Stel nu dat de ster een stukje krimpt. Uit (II.20) volgt (daar R afneemt) dat E_g sterker negatief wordt: de ster verliest aan potentiële energie, dus:

$$\Delta E_g < 0$$

Uit (II.24) volgt dan, dat de thermische energiehoud van de ster toeneemt: $\Delta E_{th} = -\frac{1}{2} \Delta E_g > 0$ (II.28)

Uit (II.25) volgt echter, dat de totale energie van de ster afneemt:

$$\Delta E_{tot} = \frac{1}{2} \Delta E_g < 0 \quad (II.29)$$

De ster als geheel verliest dus de helft van de vrijgekomen potentiële energie.

Dit bedrag wordt uitgestraald (verliezen = uitstralen)

We zien dus: een samentrekkende gasbol in hydrostatisch evenwicht straalt de helft van de vrijgekomen gravitatie-energie uit en gebruikt de andere helft om haar thermische energie (dus haar temperatuur) te verhogen.

Kortgezegd: Een samentrekkende ster straalt en wordt vanbinnen steeds heter.

Opgave: ga zelf na, dat voor $\gamma \leq 4/3$ deze regels niet meer opgaan.

II.7.4. De twee basiswetten van sterevolutie.

Het viriaalthorema, tezamen met de stralingstransport-vergelijking van Eddington vormt de basis van de gehele sterevolutie:

- (a) Het viriaalthorema: een samentrekkende ster ($CP/CV > 4/3$) zal stralen en daarbij van binnen heter worden.
- (b) De vergel. van Eddington:

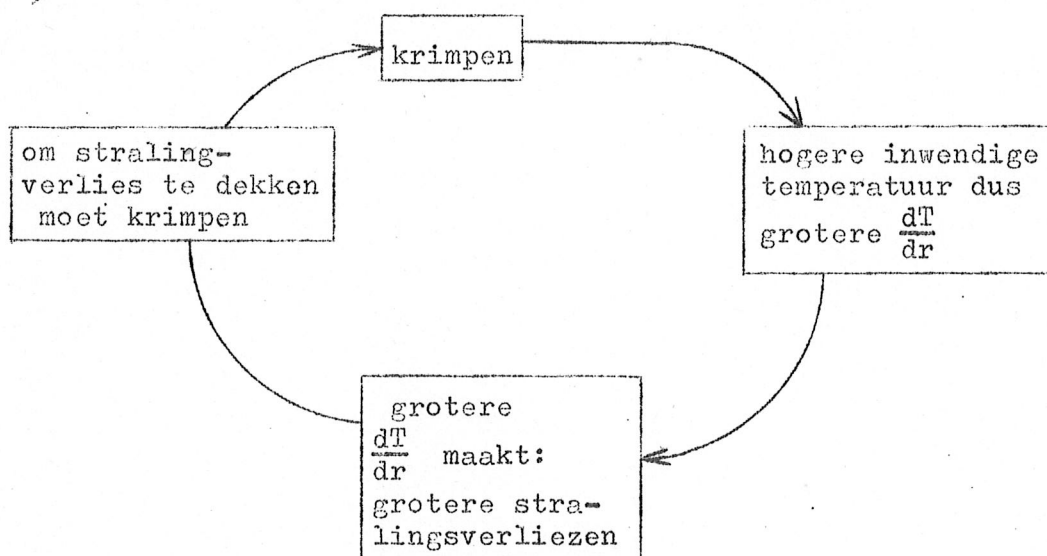
$$L_r = - \frac{4\pi r^2 \cdot 4ac T^3}{3 k\rho} \cdot \frac{dT}{dr}$$

Deze zegt: als er in een ster een negatief temperatuursgradient is, dan moet de ster een stralingsflux L_r uitzenden. Het temperatuursgradient maakt automatisch dat de ster straalt.

Deze twee wetten hebben tot gevolg dat een gaswolk in de Melkweg, die eenmaal om één of andere reden begint samen te trekken, hiermee niet meer kan ophouden.

Immers, zodra hij samentrekt, wordt hij heter van binnen. Er ontstaat dus een $\frac{dT}{dr} \neq 0$ (omdat de rand van de wolk nog de oorspronkelijke lage temperatuur van het interstellaire gas houdt), zodat de wolk moet stralen. Door dit stralen verliest ze energie, zodat ze moet krimpen (om aan deze energie te komen); daardoor wordt ze nog heter, straalt dus nog harder en moet dus nog harder krimpen, enz.

De wolk komt aldus in een vicieuze cirkel terecht. Gaat dit krimpen, heter worden en harder stralen nu onbeperkt door?



II.7.5. Het begin der kernreacties

Als de centrale temperatuur van de ster zo hoog is geworden dat kernreacties optreden, dan zullen deze energie gaan leveren. Hun snelheid van energieproductie neemt snel toe met de temperatuur:

$$\epsilon \propto T^4 \text{ tot } T^{20}$$

(zie
§ II.2.6.)

Op een zeker ogenblik zullen de kernreacties daarom precies evenveel energie leveren als de ster aan haar rand verliest (ten gevolge van het bestaande temperatuursgradient).

In dat geval is de ster in een evenwichtstoestand gekomen waarbij ze niet verder meer zal krimpen.

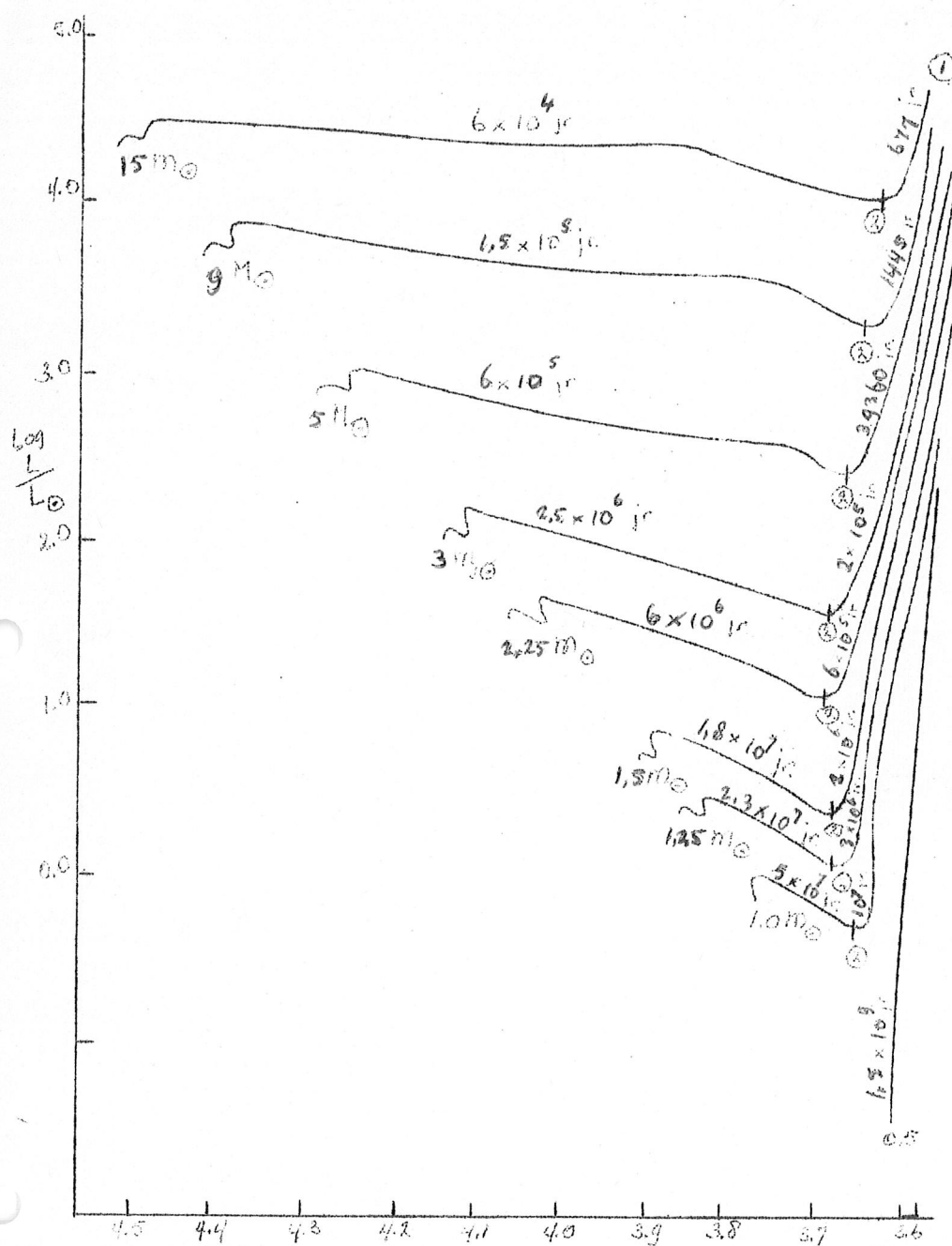
Dit evenwicht is stabiel. Immers: zou de ster nóg verder krimpen dan wordt T_c nóg hoger en zullen de kernreacties méer energie gaan produceren produceren dan de ster aan haar rand verliest. Er zal dan energie in het inwendige opgehoopt worden die er niet snel genoeg uit kan. Dit zal de temperatuur in het inwendige verhogen en dus ook de druk. Het druk-evenwicht is dan verstoord: de gasdruk wordt groter dan het gewicht der lagen die ze moet torsen. De ster zal dan dus uitzetten. Volgens het viriaal-theorema daalt de temperatuur bij uitzetten. Hierdoor wordt de extra energieproductie weer ongedaan gemaakt en het oude evenwicht hersteld.

We zien dus dat, vanaf het moment dat de kernreacties evenveel produceren als de ster aan energie verliest, de ster in stabiel evenwicht komt: verder krimpen wordt automatisch door uitzetten weer ongedaan gemaakt.

II.7.6. Evolutie van protosterren.

Een samentrekkende ster waarin nog geen kernreacties zijn begonnen noemt men een protoster. In § II.5.2. zagen we dat T Tauri sterren, die altijd in nevelgebieden voorkomen, waarschijnlijk protosterren zouden kunnen zijn.

We onderzoeken dit nu verder. Men kan berekenen hoe samentrekkende protosterren van verschillende massa zich tijdens het (quasi-hydrostatisch veronderstelde) samentrekken, door het HR diagram zullen bewegen. Men kan tevens de tijden nodig voor het bereiken van de hoofdreeks, berekenen. Het resultaat is in de figuur op bladzijde 42 voorgesteld.



De sporen bestaan uit twee delen:

(1) Een verticaal stuk aangegeven als het traject tussen de punten (1) en (2)

(2) Een horizontaal deel na het punt (2).

Op het verticale stuk zijn de protosterren volledig convectief. Op het horizontale stuk is het inwendige in stralings-evenwicht. Dit gedeelte groeit naarmate de ster verder naar links komt in het diagram.

Conclusies: Men ziet dan dat een ster van $15 M_{\odot}$ slechts 60 000 jaar nodig heeft om de hoofdreeks te bereiken.

Daarentegen heeft een ster van $1 M_{\odot}$ wel 50×10^6 jaar hiertoe nodig.

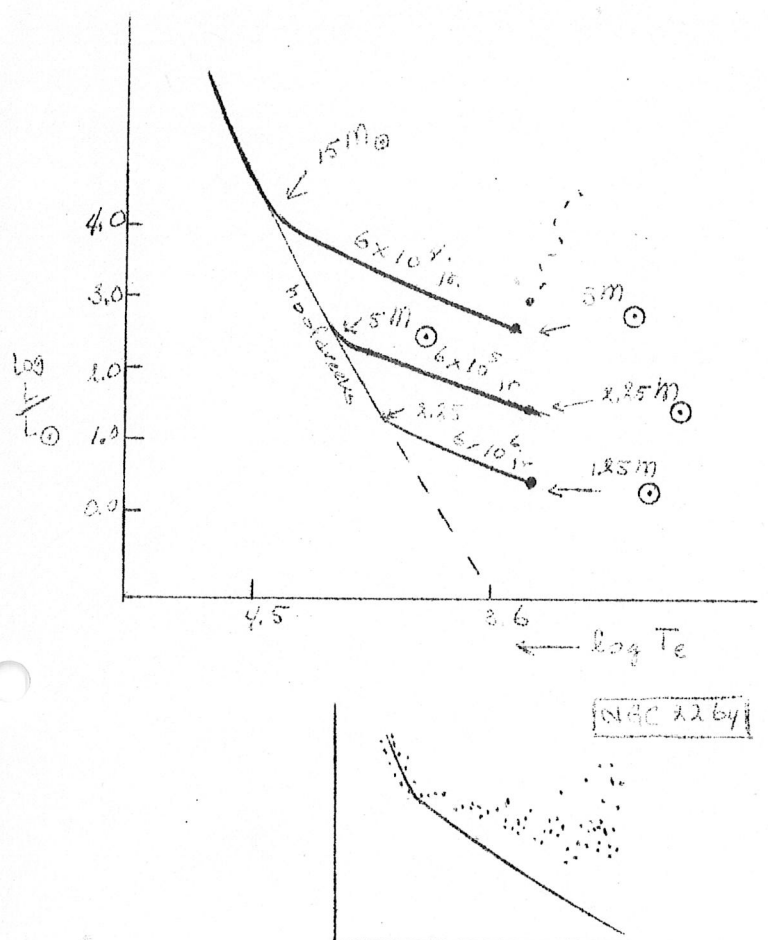
II.7.6. Het HR diagram van een zeer jonge sterhoop.

Neem aan dat alle sterren in een sterhoop op éénzelfde ogenblik zijn ontstaan. Men kan zich dan afvragen hoe het HR diagram van deze hoop eruit zal zien b.v. 60 000 jaar na het ontstaan van de hoop, 6×10^5 jaar hierna en 6×10^6 jaar hierna.

(i) De figuur op de vorige blz. leert ons dat na 6×10^4 jaar alle sterren zwaarder dan $15 M_{\odot}$ al op de hoofdreeks zullen zijn aangekomen. De lichtere zullen er dan nog boven liggen ongeveer zoals in de figuur hieronder weergegeven.

(ii) Na 6×10^5 jaar zijn alle sterren zwaarder dan $5 M_{\odot}$ op de hoofdreeks. De lichtere liggen er nog boven.

(iii) Na 6×10^6 jaar zijn alle sterren zwaarder dan $2.25 M_{\odot}$ al op de hoofdreeks - de lichtere liggen er nog boven.



Vergelijking van deze theoretische diagrammen met de waargenomen HR diagrammen van de sterhopen NGC 2264 en NGC 6602 in Orion toont een treffende overeenkomst.

In deze sterhopen liggen alle sterren later dan B9 nog boven de hoofddreeks. De sterhopen zijn tussen 2×10^6 en 5×10^6 jaar oud.

De sterren boven de hoofddreeks in NGC 2264 zijn T Tauri sterren.

(vgl. §).

We hebben nu dus zekerheid: T Tauri sterren zijn protosterren!

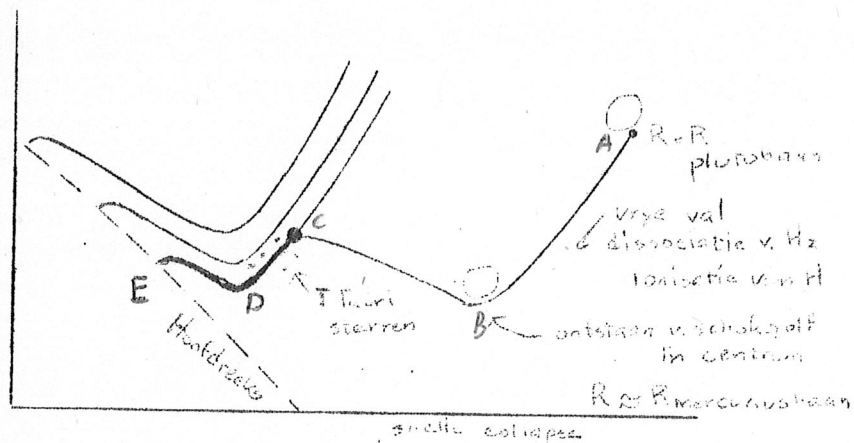
II.7.7. De collapse voorafgaande aan de hydrostatische contractiefase.

De contractie op blz. 41 stellen hydrostatische contractiefasen voor. De ster is hierbij dus al een keurige gasbol waarin gasdruk en gewicht der lagen elkaar in evenwicht houden.

Aan dit stadium gaat echter een fase vooraf, waarin hydrostatisch evenwicht nog niet mogelijk is, omdat de gasdruk nog te gering is. In dit stadium bevinden de gassen zich in vrije val (naar het gravitatie-centrum van de wolk toe). De potentiële energie die vrijkomt bij deze vrije val wordt geheel gebruikt om (i) waterstof (H_2) te dissocieren en daarna (ii) waterstof (H) te ioniseren.

Berekeningen van A.G.W. Cameron en C. Hayashi tonen aan dat pas na de waterstofionisatie zich hydrostatisch evenwicht begint in te stellen. Dit gebeurt het eerst in het centrum van de wolk. De gassen vallen daar zo snel op elkaar dat een schokgolf ontstaat die zich naar buiten door de ster voortplant en daarbij de ionisatie van de waterstof afrondt. Op het moment dat de schokgolf het oppervlak van de ster bereikt is de ster juist zover gekrompen dat ze op het verticale stuk van het contractie-spoor is aangeland.

Voor een ster als de zon geeft de berekening het volgende resultaat:

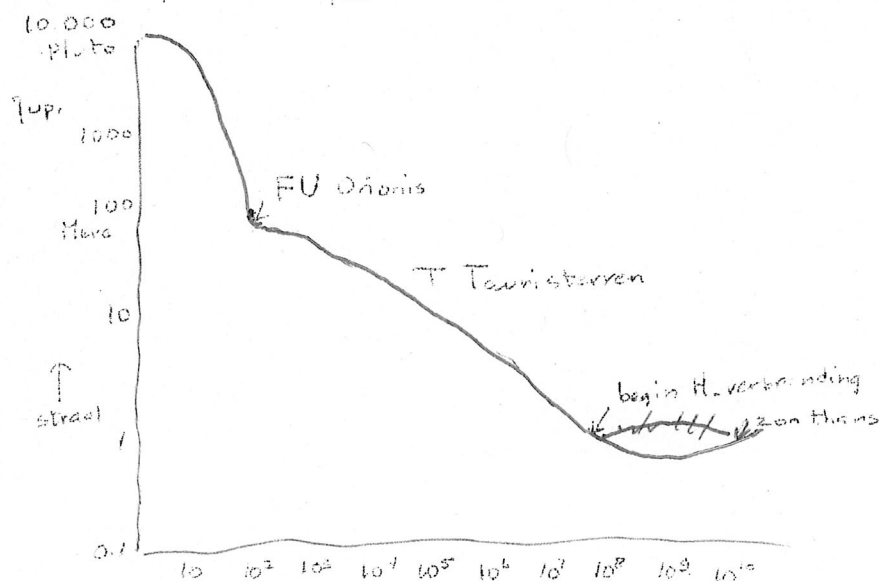


AB: vrije val - duur 20 jaar

BC: instelling van hydrostatisch evenwicht - duur: 100 dagen

CDE: hydrostatische contractie - duur 50×10^6 jaar.

E: aankomst op hoofdreeks, levensduur $8 - 10 \times 10^9$ jaar.



Waarnemingen:

- (1) De ster FU Orionis verscheen in 1936 in Orion temidden van stof-nevels. Ze bevindt zich bovenaan het verticale stuk van het contractie-spoor in het HR diagram. Ze flitste op in ca 100 dagen, juist zoals men uit de berekeningen verwacht.
- (2) Becklin-Neugebauer (1966) infrarood object in Orion, zendt veel meer infrarood uit dan T Tauri sterren (die ook sterke IR bronnen zijn). Men kan dit verklaren met een koel donker object met $R \approx 1500 R_{\odot}$. Dit komt overeen met een ster zoals de zon in een stadium ca. 10 jaar vóór het opflitsen. Dit kan dus een protoster zijn in de vrije-val fase.
- (3) Het in korte tijd opflitsen van Herbig-Haro objecten wordt ook begrijpelijk in het licht van de korte tijd die de wolk nodig heeft om van het vrije val stadium naar het hydrostatische stadium over te gaan.

II.5. Evolustiestadia na de waterstofverbranding.

II.8.1. Algemene gang der sterevolutie.

Om de gang der evolutie te begrijpen gaan we weer uit van het viriaal-theorema en van de transportvlg. van Eddington:

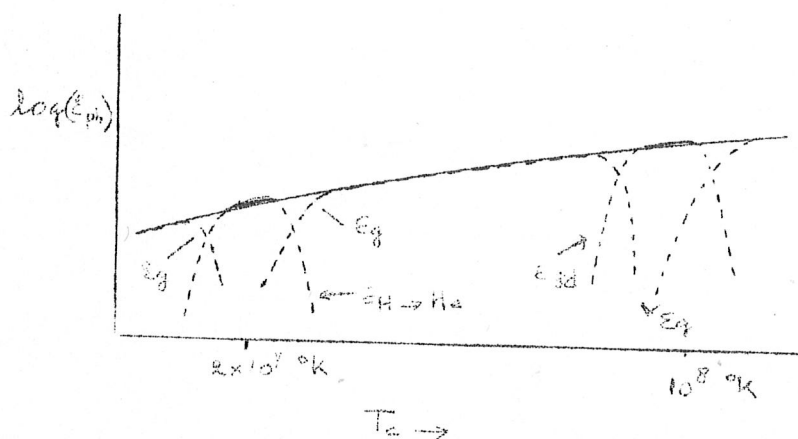
Stel eens dat we de kern-energiebron van de ster uitschakelen. In dat

geval zal de ster blijven doorstralen, als gevolg van het aanwezig temperatuursgradient (zie § II.7.4.) De uitgestraalde energie maakt dat ΔE tot < 0 , zodat volgens de vgl. $E_{\text{tot}} + \frac{1}{2} E_g$ er ook een $\Delta E_g < 0$ zal optreden, d.w.z.: de ster gaat samentrekken. Als gevolg van dit samentrekken zal dan wegens de vgl. $E_{\text{th}} = -\frac{1}{2} E_g$ de temperatuur in het inwendige gaan stijgen.

Uitschakeling van de kernenergiebron van de ster heeft dus tot gevolg dat de ster gaat krimpen en daarbij vanbinnen steeds heter wordt.

Het uitschakelen van de kern-energie bron betekent hier in feite: het opraken van de kern-brandstof.

We begrijpen nu dat zodra de waterstof in het sterinwendige op is, de ster zal gaan samentrekken en daarbij heter worden. Hierdoor zal een schil rond de heliumkern heet genoeg worden voor de omzetting van H in He. In de meeste gevallen ($M > 2.4 M_{\odot}$) blijkt deze schil niet genoeg energie te leveren om de stralingsverliezen aan de rand van de ster te kunnen dekken. De heliumkern van de ster trekt daarom verder samen, totdat de temperatuur hoog genoeg is voor het begin van de omzetting van helium in koolstof (10^8 °K). Deze reactie nu, tezamen met waterstofverbranding in een schil rond de kern, blijkt voldoende energie te leveren om de stralingsverliezen aan de rand van de ster te dekken. De ster komt nu dus in een nieuwe stabiele toestand - ze is een rode reus geworden.



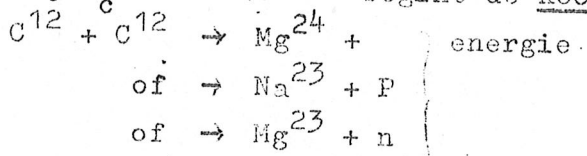
Zie figuur: ϵ_{ph} = aantal ergs stralingsenergie geproduceerd per gram stermaterie per sec. Evenzo, zal als de helium in het inwendige opraakt de ster weer gaan samentrekken, tot het inwendige zo heet is dat een volgend kernproces de contractie weer een tijdje kan tegenhouden. Rond $T_c = 2 \times 10^8$ °K à 3×10^8 °K zijn dat reacties van het type

$$\text{C}^{12} + \text{He}^4 \rightarrow \text{O}^{16}$$

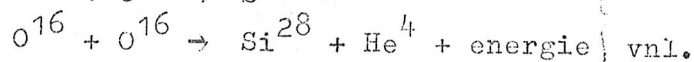
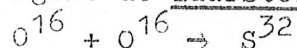
$$\text{O}^{16} + \text{He}^4 \rightarrow \text{Ne}^{20}$$

Dit wordt nog steeds met heliumverbranding aangeduid.

Bij $T_c \approx 6 \times 10^8$ °K begint de koolstofverbranding:



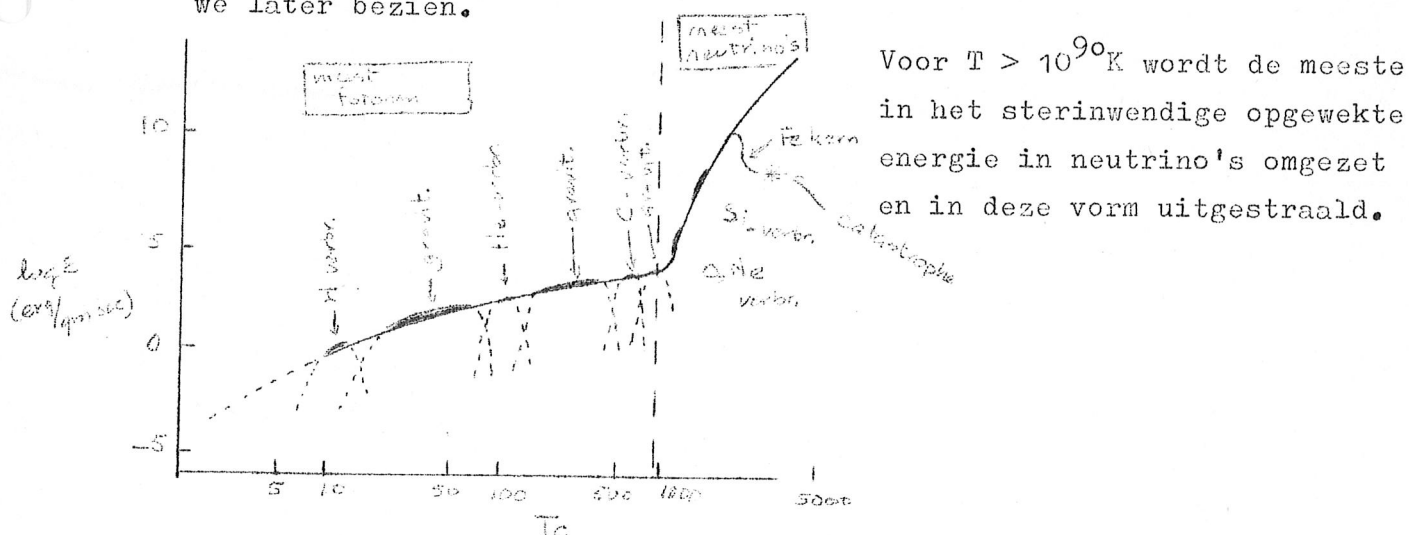
en bij $T_c = 10^9$ begint de zuurstofverbranding:



Rond 2×10^9 °K begint de Si-verbranding

Feitelijk worden hier de Si-atomen door de sterke γ -straling weer afgebroken tot He, p en n, die samenklonteren tot kernen van de ijzergroep, vnl. Fe, Ni, Cr, Mn.

Dit proces heet de "siliciumverbranding". Dit is het laatste proces dat nog energie kan leveren. Voor samenvoeging van ijzer tot nóg zwaardere kernen is energie nodig (en komt geen energie vrij). Als de ster dus een ijzerkern heeft gekregen, zal haar lot zijn om nog slechts samen te trekken. Het einde van de evolutie - catastrofaal - zullen we later bezien.

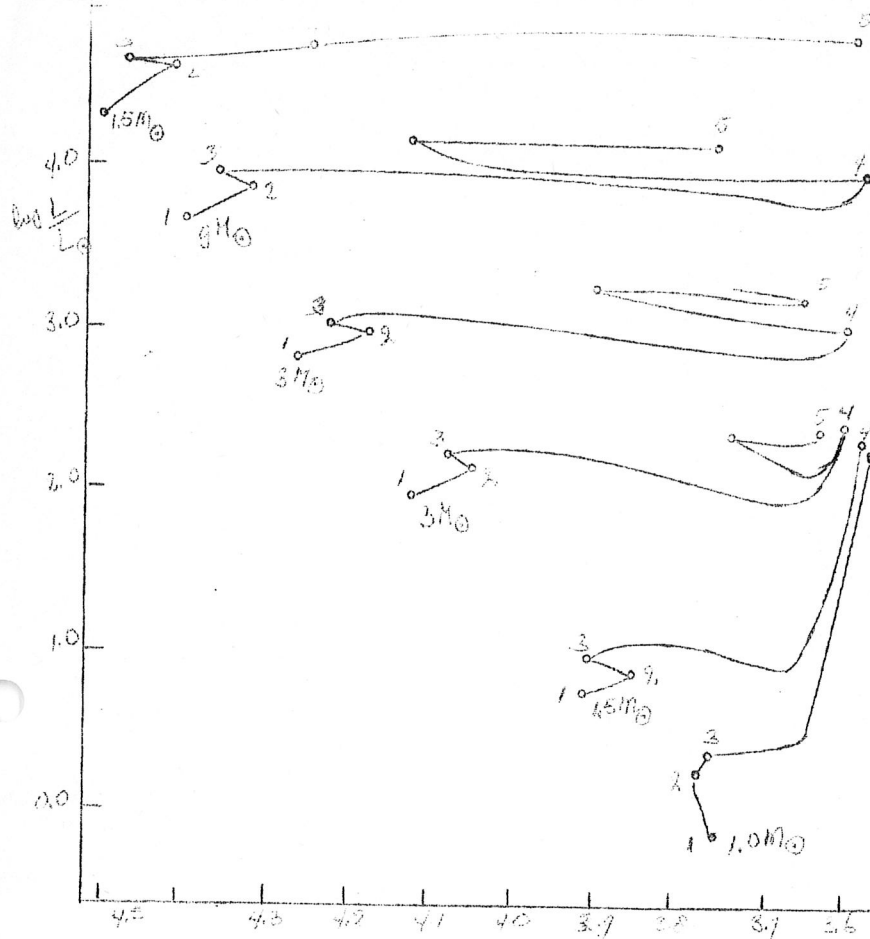


Voor $T > 10^9$ °K wordt de meeste in het sterinwendige opgewekte energie in neutrino's omgezet en in deze vorm uitgestraald.

II.8.2. Evolutiesporen van sterren na het opraken van de waterstof in de kern.

In figuur zijn de evolutiesporen weergegeven die sterren van verschillende massa in het HR diagram beschrijven vanaf het begin der waterstofverbranding tot het einde der heliumverbranding. De huidige evolutieberekeningen gaan niet veel verder. Men ziet dat de waargenomen sporen afhangen van de sterre massa en uit vier delen bestaan:

- (1) De fase der waterstofverbranding (tussen 1 en 2)
- (2) De fase van het opraken van de waterstof in de kern (2-3)
- (3) De fase tussen het begin van waterstof-schilverbranding en heliumverbranding (3-4)
- (4) De fase der heliumverbranding (4-5)

(a) Het opraken van de waterstof.

Het feit dat voor $m > 1.2 m_{\odot}$ het spoor tussen 2 en 3 scherp naar links buigt is gevolg van de aanwezigheid van een convectieve kern in deze sterren. Hierdoor raakt de waterstof gelijktijdig op de gehele kern, zodat de ster plotseling zonder energiebron zit. Tussen 2 en 3 trekt dan de gehele ster samen totdat in 3 de waterstof in een schil rond de kern begint te branden. Daarna zetten de buitenlagen snel sterk uit: de ster wordt een rode reus. Dit gebeurt ook voor sterren met $m \leq 1.2 m_{\odot}$, maar hier gaat 2-3 niet zo abrupt.

Punt	log T_e					
	15.0	9.0	5.0	3.0	1.5	1.0 \odot
1	6.1×10^4 jr	1.511×10^5	5.7×10^5	2.5×10^6	1.82×10^7	5.016×10^7
2	1.023×10^7 jr	2.129×10^7	6.55×10^7	2.27×10^8	1.57×10^9	8.0×10^9
3	1.048×10^7 jr	2.19×10^7	6.82×10^7	2.39×10^8	1.65×10^9	9.7×10^9
4	1.050×10^7 jr	2.214×10^7	7.08×10^7	2.53×10^8	2.26×10^9	1.08×10^{10}
5	1.214×10^7 jr	2.62×10^7	8.78×10^7	3.26×10^8		

leeftijden corresponderen met de punten van het evolutiespoor.

b) Verdere evolutie van sterren met verschillende massa.

Vanaf het begin der waterstof schil-verbranding blijken er twee types van evolutie op te treden:

(i) voor $m > 2.4 m_{\odot}$ (deze grens is enigszins afhankelijk van de chemische samenstelling - we gaan hier uit van $x = 0.71$, $z = 0.02$;

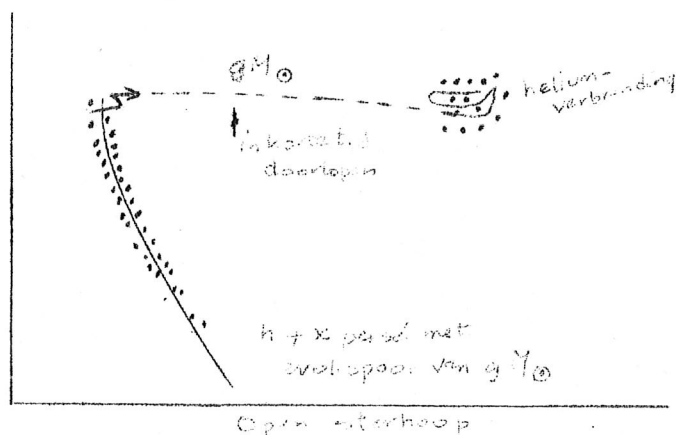
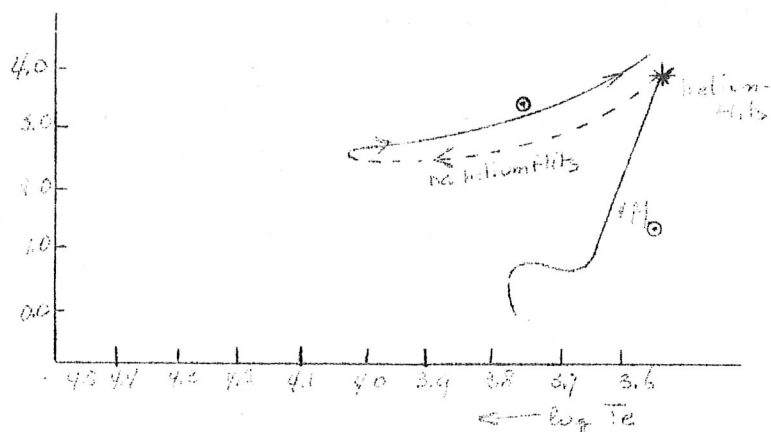
voor $x = 0.60$, $z = 0.04$ ligt de grens bij $2.8 m_{\odot}$) trekt de kern verder samen terwijl de buitenlagen snel uitzetten en hierbij sterk convectief worden. Bij $T_c = 10^8$ °K begint de helium verbranding. Na dit moment trekken de buitenlagen weer iets samen en beschrijft de ster zeer langzaam een lus in het HR diagram. In dit stadium is ze

een gele tot rode reus (alleen voor $m > 10 m_{\odot}$ is ze tijdelijk ook een blauwe superreus). De duur der heliumverbranding is ca. $1/5$ à $1/10$ van de duur der waterstofverbranding.

(ii) Voor $m \leq 2.4 m_{\odot}$ levert de waterstofschild al voldoende energie. De heliumkern bereikt hier een zo hoge dichtheid - bij niet te hoge temperatuur - dat ze degenereert. Naarmate de kern groeit zetten de buitenlagen verder en verder uit. De ster klimt langzaam langs de reuzentak naar boven.

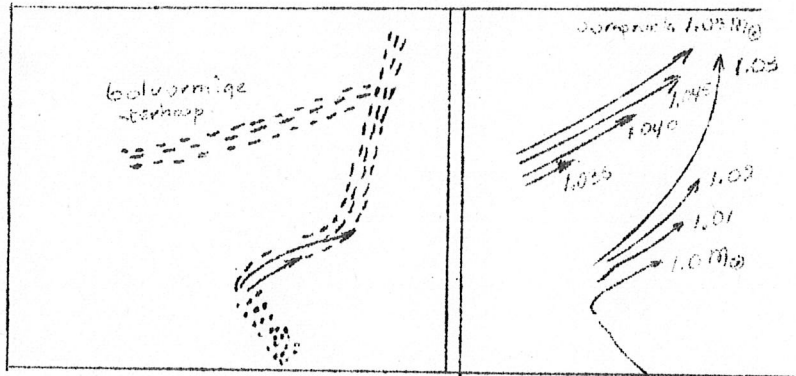
Als de kernmassa ongeveer $0.4 m_{\odot}$ is geworden (onafhankelijk van de sterre-massa) is de waterstofschild in zodanig ijle gebieden aangeland dat ze niet voldoende energie kan leveren. De kern begint nu samen te trekken en bij $T_c = 10^8$ K begint explosief de heliumverbranding. De explosie is gevolg van de degeneratie van de kern en wordt de helium-flits genoemd (men weet nog steeds niet of deze kortdurende explosie - 100 sec, $L = 10^9 L_{\odot}$ - veel invloed op de buitenlagen zal hebben). Na de heliumflits bevindt de ster zich in het HR diagram op de horizontale tak, waar zij weer tamelijk lang blijft. Omdat men de horizontale tak alleen met modellen van $0.6 m_{\odot}$ verklaren kan, verloor de ster bij de heliumflits vermoedelijk $0.4 m_{\odot}$. In figuur is het evolutiespoor van een ster van $1 m_{\odot}$ weergegeven. (naar I. Iben, 2 Scientific American 1970).

II.8.3. Vergelijking met de waargenomen HR diagrammen van sterhopen.



(1) De evolutiesporen van zware sterren en de bijbehorende tijdsintervallen (zeer korte tijd waarin het gebied tussen hoofdreeks en reuzentak doorlopen wordt) doet ons begrijpen waarom men in de open sterhopen, rechts van de hoofdreeks een geïsoleerd reuzengebied aantreft.

(2) De evolutiesporen van lichte sterren doen ons de vorm van het HR diagram van bolvormige sterhopen (en van oude open sterhopen zoals M67 en NGC 188) begrijpen.



De reuzentak bestaat hier uit sterren met een gedegeneerde heliumkern.

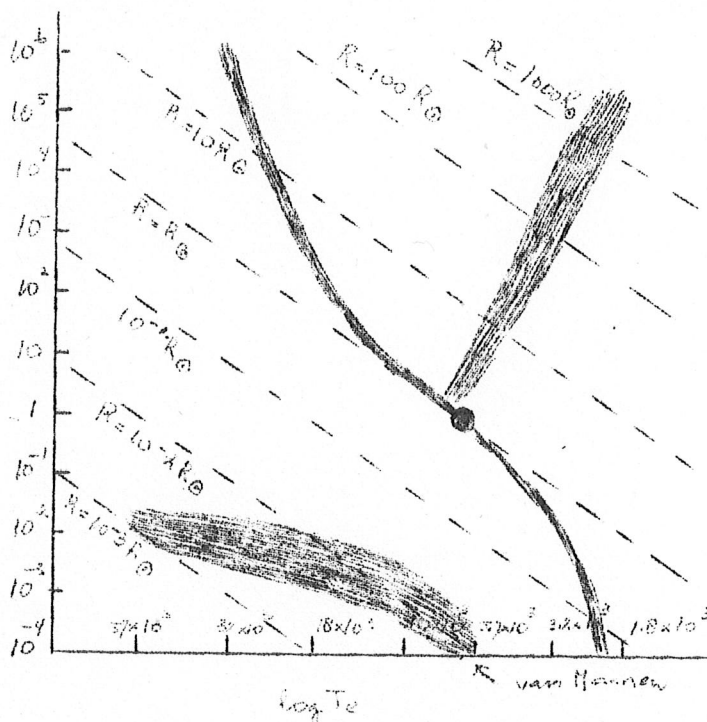
De horizontale tak (inclusief de RR Lyrae sterren) bestaat uit sterren met heliumverbranding.

Bedenk wel dat de verschillen in massa tussen de reuzen en de sterren aan de top van de hoofdreeks gering zijn: B.v. (a) in H + χ Persei:

Reuzen: 15 - 17 m_{\odot} , top hoofdreeks 15 m_{\odot} .

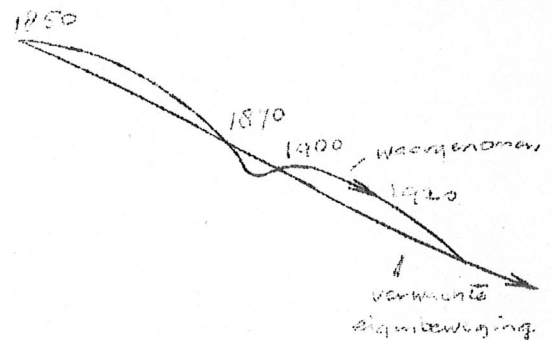
In bolvormige sterhoop: horizontale tak : 1.05 m_{\odot}
top hoofdreeks: 1.00 m_{\odot} .

II.9 De Eindtoestand van de Evolutie.



II.9.1. Witte dwergen

Bessel (1834) ontdekte dat de eigenbeweging van Sirius niet geheel rechtlijnig is.



In 1840 vond hij hetzelfde voor Procyon.

In 1844 conclusie: beide sterren hebben onzichtbare begeleiders.

1862: Alvan Clark (lenzen-slijper) ontdekt Sirius B bij toeval : $m_v = 8.5$. Massa $\approx 0.93 m_{\odot}$.

oppervlakte straling uitgezonden per cm^2

$$\text{Met } L = 4 \pi R^2 \sigma T_e^4$$

(II.30)

vindt men dat lijnen van constante straal als diagonalen in het diagram lopen: $\log L = 4 \log T_e + 2 \log R + \log 4\pi$
const.voor vaste R.

Witte dwergen hebben een zeer kleine straal: Sirius A en B hebben Beide $T_e = 10\,000^\circ\text{K}$ maar schelen factor 10 000 in Lichtkracht \rightarrow stralen schelen factor 100.

$$\rightarrow R_{\text{Sirius B}} \approx \frac{1}{50} R_\odot$$

$$\rightarrow \text{dichtheid Sirius B} \approx (50)^3 \cdot \frac{0.93}{1.00} \rho_\odot = 2.0 \times 10^5 \text{ g/cm}^3$$

Er zijn witte dwergen gevonden met $\rho = 3 \times 10^7 \text{ g/cm}^3$.

Thans zijn ongeveer 2600 witte dwergen bekend, vooral door het werk van onze oud-landgenoot Willem Luyten, die alle blauwe sterren met $m_v < 21^m$ onderzocht.

II.9.2. Fysische Toestand in witte dwergen.

Uit M en R kunnen we een aantal grootheden berekenen:

(1) De gravitatieversnelling aan het oppervlak van de ster is

$$g = \frac{GM}{R^2} \quad (:) \quad \frac{M}{R^2} \quad (\text{II.31})$$

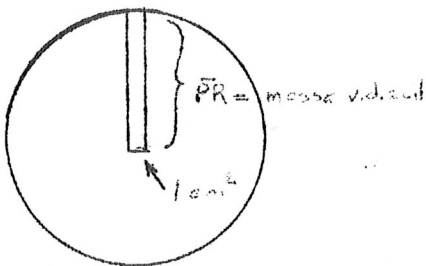
$$\text{Dus: } g_{\text{Sirius B}} = 2500 g_\odot = 2500 \times 27 g_{\text{aarde}} = 7.75 \times 10^7 \text{ cm/sec}^2$$

(2) De gemiddelde dichtheid $\bar{\rho}$:

$$\bar{\rho} = \frac{M}{\frac{4}{3} \pi R^3} \quad (:) \quad \frac{M}{R^3} \quad (\text{II.32})$$

Voor Sirius B zagen we: $\bar{\rho} = 2 \times 10^5 \text{ g/cm}^3$

(3) De centrale druk $P_c = \bar{\rho} \bar{g} R$



Met $\bar{g} \approx \frac{1}{2} g_{\text{opp}}$ (in goede benadering juist voor de meeste sterren):

$$P_c = \frac{GM}{2R^2} \cdot \frac{M}{\frac{4}{3} \pi R^3} \cdot R = \frac{G}{8} \frac{M^2}{\pi R^4} \quad (:) \quad \frac{M^2}{R^4} \quad (\text{II.33})$$

Voor Sirius B volgt uit (II.33):

$$P_c = P_{c_\odot} \frac{(M/M_\odot)^2}{(R/R_\odot)^4} = 2 \times 10^9 \text{ atm.} (50)^4 \approx \underline{\underline{10^{16} \text{ atm}}}$$

De druk blijkt te zijn: 6.25×10^6 maal die in het centrum van de zon.

II.9.3. Massa-straal relatie voor gedegenererde lichamen

Neem aan dat de ster homogeen is : $\rho = \text{const.} = \rho_c$

Dan: Niet Relativistisch: $P_c (:) \rho_c^{5/3}$ (II.34)

Relativistisch : $P_c (:) \rho_c^{4/3}$ (II.35)

Anderszijds levert het gewicht der gaslagen: $P_c (:) \frac{M^2}{R^4}$

Gebruik makend van $\bar{\rho} = \frac{M}{\frac{4}{3} \pi R^3} = \rho_c$ vindt men:

Uit Toestandsvergelijking

Uit het gewicht der gassen

N.Rel.: $P_c (:) \frac{M^{5/3}}{R^5}$ $P_c (:) \frac{M^2}{R^4}$ (II.36)

Rel. : $P_c (:) \frac{M^{4/3}}{R^4}$ $P_c (:) \frac{M^2}{R^4}$

In het N.Rel.geval is er dus evenwicht als $\frac{M^{5/3}}{R^5} = \text{const.} \frac{M^2}{R^4}$

dus: als $R = \frac{\text{const.}}{M^{1/3}}$ (II.37)

Dit is de massa-straal relatie voor witte dwergen: Het volume $\frac{4}{3} \pi R^3$ is omgekeerd evenredig met de massa M .

R hangt dus alleen van de massa M af: Hoe groter massa, hoe kleiner straal. Men ziet dat $\bar{\rho} (:) \frac{M}{R^3} = M^2$. Daarom treedt bij toenemende M Relativistische degeneratie op. Uit (II.36) volgt dat in geval van Rel.degen.

$$\frac{M^{4/3}}{R^4} = \text{const.} \frac{M^2}{R^4}$$

zodat $M = (\text{const.})^{-3/2}$

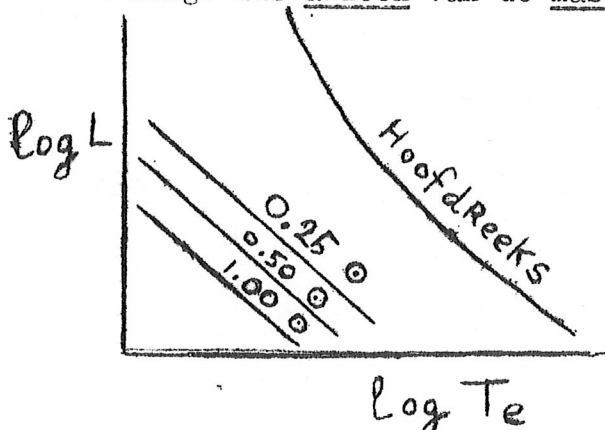
Numeriek vindt men $M_c = \frac{5.75}{(\mu_e)^2} M_\odot$.

Er is dus slechts één massa die voldoet (voor gegeven μ_e). Dit is de z.g. Chandrasekhar limiet. Voor puur helium (of zwaardere elementen) is $\mu_e = 2$, dus $M_c = 1.44 M_\odot$

Voor $M > M_c$ wint de gewichtsterm $(:)M^2$ in (II.36) het van de gasdruk $(:)M^{4/3}$, zodat de ster instort.

II.9.4. Neutronensterren en black holes

Bij equipartitie van energie tussen ionen en electronen:



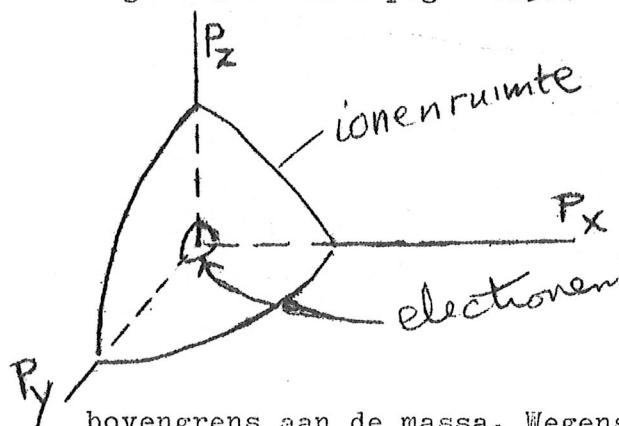
$$\frac{\bar{p}_e^2}{2m_e} = \frac{\bar{p}_i^2}{2m_i}$$

(p is impuls)

zodat

$$\frac{\bar{p}_i}{\bar{p}_e} = \sqrt{\frac{m_i}{m_e}} \approx 85 \quad (\text{helium})$$

De ionen hebben gemiddeld dus een 85 maal hoger impuls dan de electronen en hebben bij dezelfde temperatuur, in de p-ruimte dus een $(85)^3$ maal groter aantal hokjes tot hun beschikking dan de electronen. Daar $(85)^3 \approx 5 \times 10^5$, zal het ionengas dus pas degenereren als de dichtheid 5×10^5 hoger is dan de dichtheid benodigd voor electronen-degeneratie (zie pag II.25).



Een ster met $M > 1.44 M_\odot$ zal bij electronendegeneratie geen evenwicht kunnen vinden. Hij stort in en vindt pas evenwicht bij ionen-degeneratie. De dichtheid is nu zo groot dat de electronen in de kernen worden ingevangen: er ontstaat een neutronenster.

Ook voor neutronensterren is er een

bovengrens aan de massa. Wegens onzekerheid in de kernkrachten weet men niet precies hoe groot deze bovengrens is. Waarschijnlijk ligt ze tussen $0.6 M_\odot$ en $2 M_\odot$.

Black holes: De ontsnappingssnelheid v_{esc} vanaf het steroppervlak is gegeven door

$$v_{\text{esc}} = \sqrt{\frac{2 GM}{R}} \quad (\text{II.38})$$

Wordt nu $v_{\text{esc}} \geq c$ dan kunnen fotonen het steroppervlak niet meer verlaten. De straal R waarbij dit gebeurt (voor gegeven M) noemt men de Schwarzschildstraal. Het nu ontstane object is een z.g. "black hole" (zwart gat).

Voor $M = M_\odot$, $R_{\text{Schwarzschild}} = \underline{3 \text{ km}}$.

II.10 Novae, Supernovae, Pulsars.

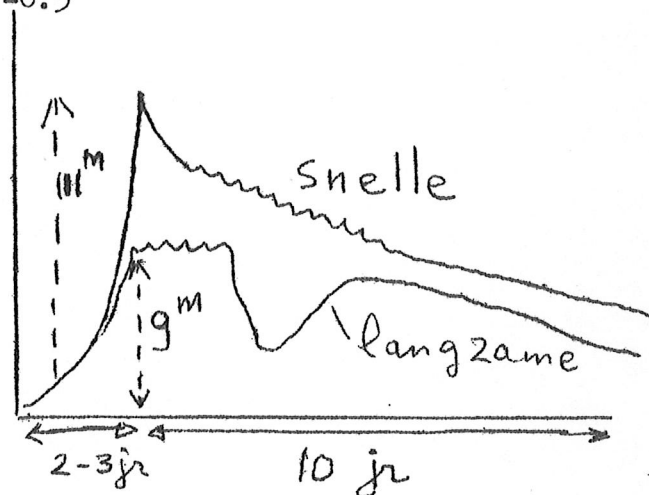
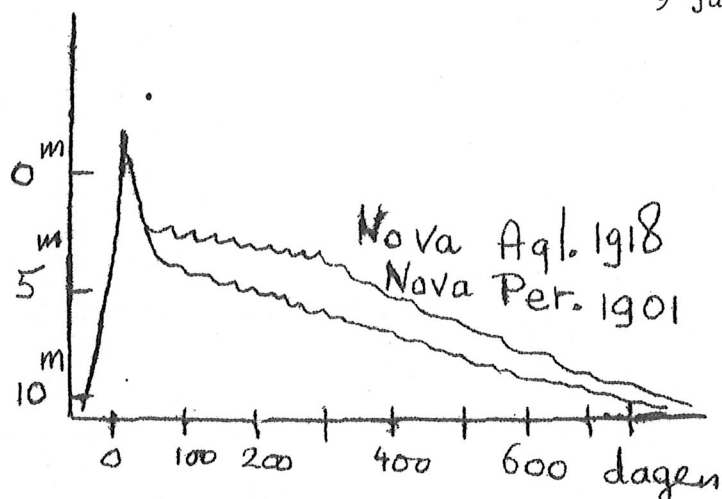
II.10.1. Novae. Vroeger meende men werkelijk met nieuwe sterren te maken te hebben. Men vond later op oude opnamen echter meestal op de plaats van de nova reeds een zwak sterretje. Het is daarom van belang een groot fotografisch materiaal te hebben over de gehele hemel (Harvard patrol).

De lichtkromme. Deze stijgt meestal steil gedurende de eerste paar dagen. Daarna langzame afname. Maximum: duur van enkele dagen, dan daling, gevolgd door periodieke schommelingen in helderheid. Na ca. 10 jaar is de oude helderheid weer bereikt.

Twee typen: "snelle" en "langzame" novae.

Voorbeelden:

Nova Aquila III	1888	11^m
	1918	5 juni: 11^m
		7 juni: 6^m
		8 juni: 1^m
		9 juni: -0.5^m



De afstandsbepaling is meestal moeilijk. De absolute helderheden zijn ongeveer als volgt:

$$M_{\min} = +4$$

$$M_{\max} = -8 \text{ (snelle)} \quad -6 \text{ (langzame)}$$

Het spectrum van het type B voor prae-novae. Walker en Kraft (Lick Sterrewacht, Californië) vonden dat novae altijd zeer nauwe dubbelsterren zijn, bestaande uit een zeer hete kleine blauwe ster en een normale rode ster:

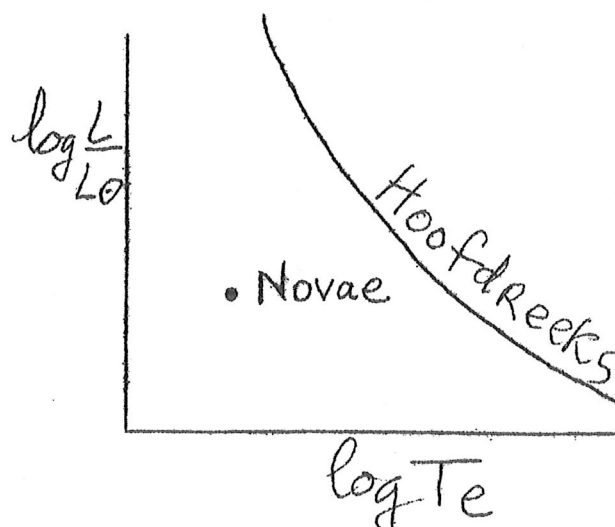
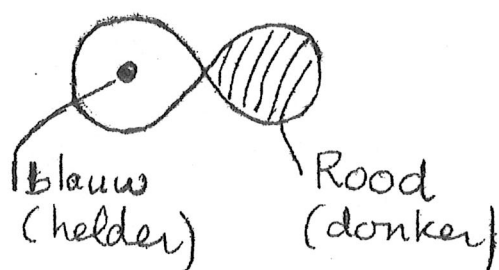
Voorbeeld

Nova DQ Hercules 1934: Omloop-periode $4^h 39^m$.

De blauwe ster oscilleert met $P = 71,06 \text{ sec.}$

Dit is de eigentrillingstijd van een ster met dichtheid $\rho = 35 \text{ 000 gram/cm}^3$. De blauwe ster ligt in het Hertzsprung-Russell diagram dichtbij de witte dwergen.

Model voor novae (Kraft):



Recurrente Novae. Sommige sterren maakten meermalen het nova stadium door, b.v.

T Cor B	1866 - 1946
RS Oph	1898 - 1933
U Sco	1862 - 1906

De tijd tussen twee uitbarstingen is ca 50 jaar, de helderheidswisseling ca 8^m . Ook SS Cygni-sterren (dwerg-novae) behoren vermoedelijk tot deze klasse:

U Gem
SS Cygni } flitsen elke 50 dagen op, $\Delta m \approx 4^m$.

Hoe groter de amplitude, hoe langer het tijdsinterval!

Extrapoleert men dit verband tot de echte novae ($\Delta m = 11^m$) dan verwacht men een tijdsinterval van 1000 - 10 000 jaar.

Ook de SS Cygni-sterren blijken nauwe dubbelsterren te zijn, b.v.:

U Geminorum : omloop periode 4,2 uur
VV Puppis : omloop periode $1^{\text{uur}} 40^{\text{min}}$.

De oorzaak van de uitbarstingen is vermoedelijk gelegen in transport van waterstofgas van de rode naar de blauwe ster. Telkens als de door de blauwe ster ontvangen gasmassa een kritische waarde overschrijdt, explodeert deze (vermoedelijk) (zie Sky and Telescope, Februari 1972, p.82).

II.10.2 Supernovae

Deze werden het eerst ontdekt in extragalactische nevels. In 1885 verscheen er in het Andromedastelsel een ster met een helderheid van ongeveer 7^m (gewone novae: 17^m ; gehele stelsel: 4.5^m). Deze ster had een helderheid gelijk aan $1/10$ van de helderheid van de gehele nevel. In 6 maanden straalde hij evenveel energie uit als de zon in 3×10^8 jaar.

Men ging toen met de Schmidt camera de verschillende extra galactische stelsels onderzoeken op supernovae. Er zijn er thans een 120-tal bekend. Ze verschijnen ook in elliptische stelsels, waarin geen zware sterren voorkomen. Supernovae zijn dus niet te verklaren als nova processen in zware sterren.

Ze verschijnen met een frequentie van eens per 30 - 50 jaar voor spiraalstelsels en onregelmatige stelsels, en één per stelsel per 100 jaar voor elliptische stelsels.

Men kent twee klassen:

- I. bereikt een helderheid $M_v = -14^m$ (gemiddeld)
- II. bereikt een helderheid $M_v = -11^m$ (gemiddeld)

De grootste helderheid ooit gevonden is $-16^m.5$.

Bij groep I bestaat het spectrum uit emissiebanden (geen continuüm). Schrijft men de verbreding der emissiebanden aan Doppler effect toe, dan vindt men een snelheid van $15000 - 4000$ km/sec. Groep II heeft wel een continuüm, evenals emissiebanden. Snelheid ongeveer 4000 km/sec. Groep I komt in alle soorten nevels voor. In spiraalnevels vindt men ze meestal buiten de spiraalarmen.

Groep II komt alleen in spiraalnevels en onregelmatige nevels voor, en in deze alleen in gebieden met gas en stof.

Men vraagt zich thans af of er niet slechts één soort supernovae is, nl. die van Groep I. Groep II zouden dan ook supernovae van groep I zijn, echter verhuld in nevels. Dit zou het continuüm in hun spectrum verklaren. De absorptie in nevels zou hun kleinere helderheid kunnen verklaren. Supernovae in ons eigen melkwegstelsel:

1572: Ster van Tycho (Cassiopeia). Overdag zichtbaar: $m_{\max} = -4^m.4$. Na drie maanden was de helderheid nog 1^m . Tegenwoordig vindt men hier een Röntgenbron en radiobron.

1604: Ster van Kepler (Ophiuchus). $m_{\max} = -2^m.2$. Op de plaats van deze ster is een zwak neveltje terug, tezamen met een sterke Röntgenbron en radiobron.

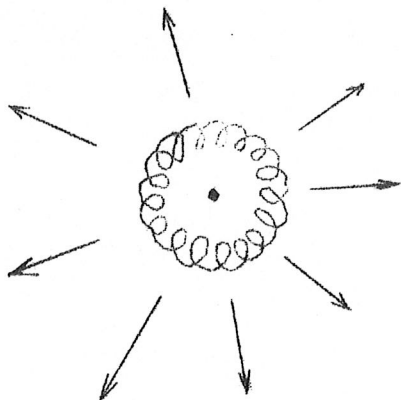
De ster van 1006. Uit Arabische en Chinese kronieken weet men dat deze ster enige maanden overdag zichtbaar was: $m_{\max} = -8^m$. Vanwege de zeer zuidelijke declinatie (-40°) is ze in Noord-Europa niet opgemerkt. Thans is het een sterke radio- en röntgenbron.

De Krabnevel: Deze nevel bestaat uit een netwerk van fijne draden, ingebed in een vormeloze nevelmassa. De nevel bevindt zich in de buurt van een zwak dubbelsterretje - de bovenste (N) component hiervan heeft een normaal F-spectrum, de zuidelijke component heeft een merkwaardig continu spectrum. De nevel zet uit met een snelheid van 0.21 /jaar. Terugrekenend moet de uitdijning omstreeks 1000 zijn begonnen. In oude Chinese en Japanse kronieken vindt men aantekeningen over een zeer heldere "gastster" die in 1054 gedurende 23 dagen overdag zichtbaar was; de helderheid was waarschijnlijk -5^m . Uit het Doppler effect vindt men een uitdijingssnelheid van 1300 km/sec. Hiermee is de afstand te bepalen:

$$1300 \text{ km/sec} = 4.74 \times \frac{0.21}{P} \approx \frac{1}{P}. \text{ De afstand is dus ca. } 1300 \text{ pc}$$

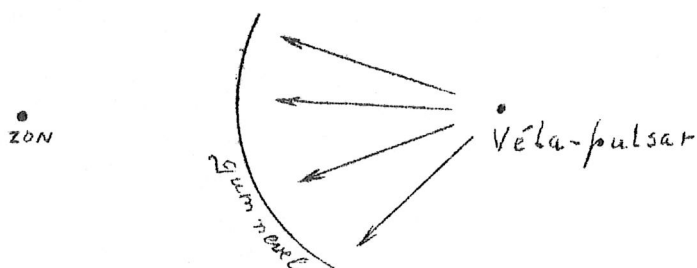
en de absolute helderheid was $-16^m.5$.

Het licht van de amorfe massa is sterk gepolariseerd en heeft een continu spectrum: relativistische electronen spiraleren in de krachtlijnen van een magneetveld. Lampland (1921) vond dat door de nevel golven lopen vanuit het centrale sterretje - ongeveer eens per jaar verschijnt



een nieuwe golf. Voortplantingssnelheid der golven: 50 000 km/sec. In december 1968 ontdekte men een pulsar (pulserende radiobron) in de nevel: $P = 1/30$ sec. In januari 1969 ontdekte men dat de zuidelijke component van de centrale dubbelster (16^m) optisch pulst met $P = 1/30$ sec. Dit is nog steeds de enig bekende optische pulsar.

Met raketten vond men tevens dat de Krabnevel een sterke röntgenbron is. Een deel der röntgenintensiteit (ca 20%) is eveneens gepulsd. De Krab-pulsar heeft de kortst bekende periode van alle pulsars. De Gum-nevel (Zuidelijk halfrond) bevat de op één na snelste pulsar, n.l. de Vela-pulsar ($P = 0.0089$ sec.) Deze is vermoedelijk een overblijfsel van een zeer nabije supernova, 10 000 jaar geleden:



De Gumnevel zal binnen 10 000 jaar de aarde bereiken.

Sluiernevels in de Zwaan: vermoedelijk overblijfsel van een supernova ca. 50 000 jaar geleden.

Pulsars: Dit zijn snel pulserende radiobronnen (P tussen $1/30$ en 3 seconde). Er zijn er thans enige honderden bekend. De ontdekking van de Krab- en Vela-pulsars maakt waarschijnlijk dat het hier om supernova overblijfsels gaat.

Eigenschappen: 1. De periode neemt langzaam toe met de tijd.

2. Sterke concentratie naar het Melkwegvlak.

Eigenschap 1 doet vermoeden dat de Krabpulsar de jongste is van alle pulsars. Uit eigenschap 2 vindt men dat pulsars afkomstig moeten zijn van sterren zwaarder dan ongeveer 3 zonsmassa.

Model: Roterende neutronenster met magnetenveld van ca. 10^{10} gauss.

Argument: Als de zon samentrekt tot $R = 10$ km, met behoud van impuls-moment ($M \omega R^2 = \text{const.}$) en magnetische flux ($4 \pi R^2 H = \text{const.}$) dan:

$$\frac{P}{R^2} = \text{const.} \quad \text{Bij } R = 10 \text{ km} = \frac{1}{7 \cdot 10^4} R_{\odot} \text{ wordt:}$$

$$P_{\text{rot}} = 5 \times 10^{-4} \text{ sec;}$$

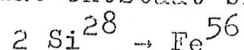
en, uitgaande van $H = 2$ gauss, vindt men bij

$$R = 10 \text{ km: } H = 10^{10} \text{ gauss.}$$

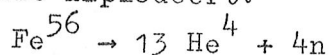
Dus zelfs een langzaamroterende ster als de zon zou bij samentrekken tot neutronenster een zeer korte rotatieperiode krijgen en een zeer groot magneetveld. De eigentrillingstijd van witte dwergen is ongeveer 1-10 sec, van neutronensterren ongeveer 10^{-4} sec. Omdat de Krab- en Vela-pulsars perioden hiertussen hebben, kan pulsatie niet de oorzaak zijn. Daarom denkt men aan rotatie. De licht- en radioflitsen zouden veroorzaakt worden door relativistische electronen die bij de magnetische polen van de neutronenster ontsnappen.

Model van een supernova (Fowler, Hoyle 1964).

Zoals in § II.8.1 is uiteengezet "verbrandt" een ster in z'n inwendige achtereenvolgens H, He, C, O en Si. Het eindproduct van dit alles is Fe, dat ontstaat bij de "silicium verbranding" bij $T_c \approx 2 \times 10^9$ °K.



Echter, als T_c is opgelopen tot 5×10^9 °K splitst het ijzer terug tot helium en neutronen (als gevolg van de intense γ -straling bij deze temperatuur). Hierbij wordt zoveel energie aan het inwendige onttrokken dat dit implodeert:

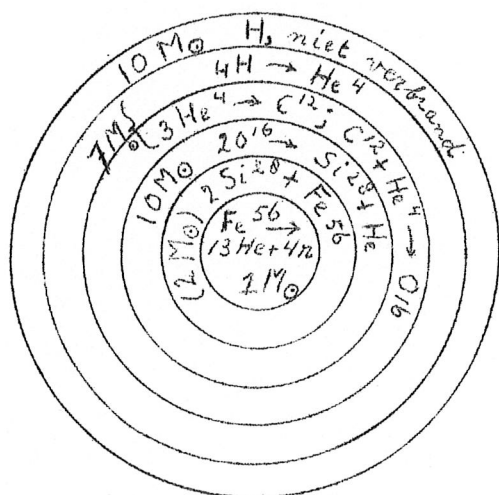


Alle omringende lagen storten hierbij ook in. Ze worden door de snel vrijkomende gravitatieenergie zo sterk verhit dat in deze lagen explosieve silicium-, zuurstof-, koolstof-, helium- en waterstofverbranding optreedt. De hierbij ontwikkelde kernenergie is voldoende om alle lagen buiten de geimplodeerde kern weg te blazen. Dit zou het waargenomen supernova verschijnsel geven. Bij het uitwerpen koelen de gassen zo snel af dat slechts een deel der H, He, C, O en Si tijd heeft om te verbranden. De rest komt onverbrand in het interstellair gas terug. De geimplodeerde kern blijft achter als neutronster of black hole.

Vorming van zwaardere elementen bij supernova-explosies.

Men verwacht dat het interstellair gas vooral verrijkt wordt met C^{12} , O^{16} , Mg^{24} , Si^{28} en Fe^{56} . Daarnaast zullen door neutronenvangst ook wat elementen zwaarder dan Fe ontstaan. De verdeling der elementen uitgeworpen bij een supernova komt frappant goed overeen met de waargenomen verdeling in aarde en meteorieten: de aarde bestaat grotendeels uit verbindingen van C, O, Mg, Si, Fe.

Sinds het ontstaan van het Melkwegstelsel moeten er hierin meer dan 3×10^8 supernovae geweest zijn. Dit is voldoende om de thans waargenomen 2% elementen zwaarder dan helium te verklaren.



model van Supernova van $30 M_{\odot}$.

Percentages der elementen in zonnestelsel (naar massa)

H	70 %	(0.70)
He	28 %	(0.28)
C, N, O	1.5 %	(0.015)
Ne tot S	0.1 %	(0.001)
Fe-groep	0.05%	(0.0005)
Zware (tot Ba)	0.0005%	(5×10^{-6})
Zeer zwaar (> Ba)	0.000001 %	(10^{-8})

II.10.3 Het ontstaan van witte dwergen

Sterren kleiner dan $3 M_{\odot}$ raken vermoedelijk een deel van hun buitenlagen kwijt als rode reus.

De overgang naar het witte dwerg stadium is slecht bekend. Men denkt dat dit via het planetaire nevel stadium gaat (voorbeeld: Ringnevel in de Lier). De kernen van planetaire nevels zijn sterren met $T_{\text{eff}} = 50\,000^{\circ}$ en liggen links van de hoofdreeks in het HR diagram, dichtbij de witte dwergen.

Het feit dat in de bolvormige sterhoop NGC 7078 een planetaire nevel voorkomt doet inderdaad sterk vermoeden dat ze het einde van de evolutie van sterren met kleine massa markeren.

II.11 Inwendige bouw en ontstaan der planeten:

II.11.1 De aarde

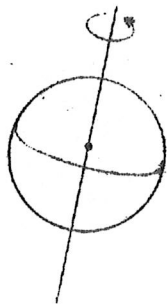
a) Massa en vorm. Massabepaling uit:

$$g = \frac{GM}{r^2}; \text{ men vindt: } M = 6.00 \times 10^{27} \text{ gram}$$

gemiddeld s.g. is dan: 5.53. Dit is verrassend groot daar de gesteenten der aardkorst slechts s.g. = 2.7 à 3.0 bezitten.

Het inwendige heeft dus een zeer grote dichtheid.

Afplatting: centrifugale versnelling is maximaal aan de evenaar en nul aan de polen. Hierdoor verschil in g tussen pool en equator:



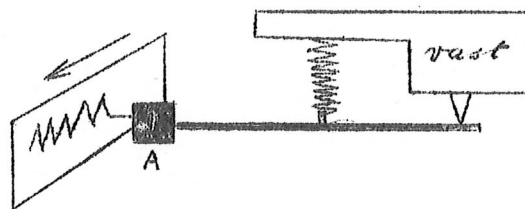
$$\omega = \frac{g_p - g_a}{g_a} = \frac{1}{189}$$

Hierdoor is de aarde afgeplat: het oppervlak is een oppervlak van constante potentiaal (gravitationele + centrifugale potentiaal).

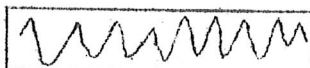
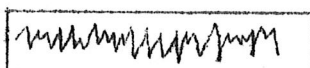
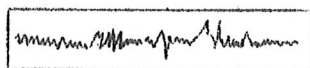
$$\left. \begin{array}{l} a \text{ (equator)} = 6378.397 \text{ km} \\ b \text{ (pool)} = 6356.921 \text{ km} \end{array} \right\} \text{afplatting: } e = \frac{a - b}{a} = \frac{1}{297}$$

b) Inwendige bouw. Alleen indirect kunnen we iets te weten komen, n.l. uit aardbevingen:

Seismograaf: Het vaste gedeelte beweegt mee met de aarde (evenals het papier). De zware massa A blijft hierbij achter. Dit geeft een registratie van trillingen van de aarde.



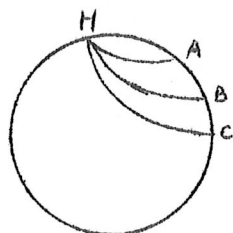
Seismogram van aardbevingen:



- 1) De P-golven (undae primae), kleine onregelmatige golven, periode: enkele seconden.
- 2) De S-golven (secundaire), grote onregelmatige golven, langzamer trillende.
- 3) De L-golven (longae). Grote amplitude, langzaam, regelmatig, periode ≥ 20 sec.
- 4) Coda (einde), klein, uitdovend.

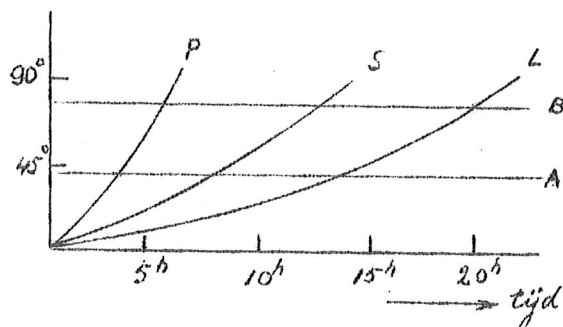
Er is gebleken: P = longitudinale golven, S = transversale golven, L = oppervlaktegolven (vgl.: steen in water gegooit).

De looptijd is de tijd verlopen tussen vertrek uit de haard H en



aankomst in A, B, C, etc. Uit looptijd en afstand kunnen we de snelheid nog niet precies bepalen daar we de weg in het inwendige niet kennen. Dichtbij de haard zal de weg langs het oppervlak echter de ware weg goed bepalen.

Voor grotere afstanden kan men een "gemiddelde" snelheid bepalen (aanhalingstekens: de weg is gekromd). Men vindt dat de snelheid met de diepte toeneemt. De baan moet dus gekromd zijn, bolle kant naar het centrum:



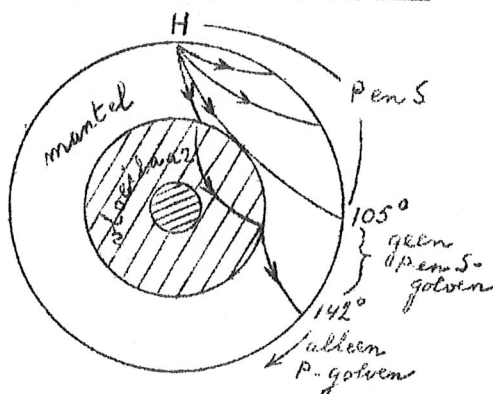
licht

1

licht
water
glas

Snelheden aan het oppervlak: P : 5.5 - 7.8 km/sec
S : 3.3 - 4.3 km/sec
L : 3.9 km/sec

Het inwendige der aarde:



Het blijkt dat vanaf 105° afstand van de haard de P- en S-golven verdwenen zijn. Bij 142° afstand komen de P-golven terug, de S-golven blijven weg. Er is dus een inwendige dat geen transversale (S) golven doorlaat, maar wel longitudinale (P). Dit is typisch de eigenschap van een vloeistof. Grens is

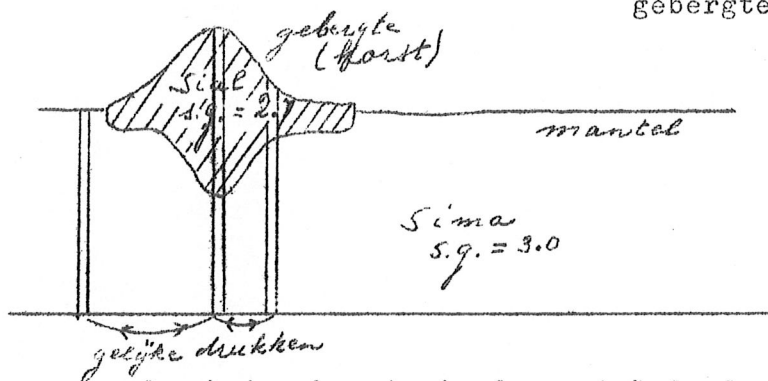
op ca 2900 km diepte. Druk $P_{\text{grens}} = 1361 \text{ kbar} \pm 50$. Op nog groter afstanden van de haard wordt het gedrag der golven zeer gecompliceerd. Er blijkt een kleine vaste binnenkern te zijn.

Vroeger meende men dat de vloeistofkern uit Ni-Fe bestond. Tegenwoordig meent men dat kern en mantel uit dezelfde materialen bestaan (vnl. Mg_2SiO_4 = magnesium silicaat) en dat bij zeer hoge druk en $T = 3000^\circ\text{K}$ een phaseovergang optreedt waarbij de gesteenten vloeibaar worden (overgang van ionenbinding naar covalente binding?)



De vaste binnenkern zou uit Ni-Fe kunnen bestaan (1% der aardmassa). Het s.g. van de aarde als geheel is 5.5. Omdat de mantelgesteenten slechts s.g. = 3.4 hebben (gemiddeld) moeten de binnenste delen een zeer hoog s.g. hebben. Vroeger schreef men dit toe aan de Ni-Fe kern. Thans kan het ook verklaard worden uit het gedrag onder hoge druk van silicaten. Toch kan een vrij grote hoeveelheid Fe in de kern niet geheel uitgesloten geacht worden: ca 20% der meteorieten bestaat voornamelijk uit Ni-Fe.

Isostasie



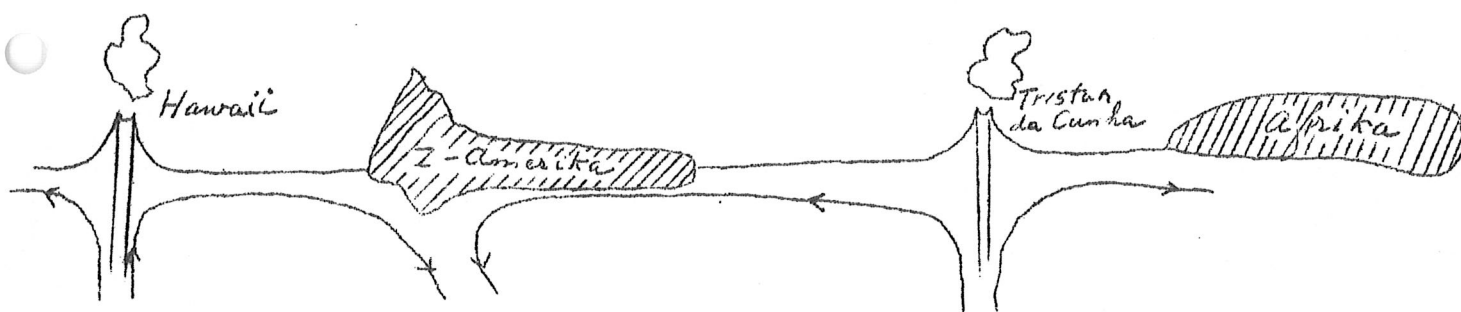
Dit is het verschijnsel dat zich onder gebergten en andere lagen lichte "korst"

gesteenten (s.g. = 2.7) een diepe wortel van licht materiaal bevindt tot vrij diep in de mantel (welke uit zwaarder materiaal bestaat: Sima, s.g. = 3.0). Een dergelijke wortel is nodig om te zorgen dat

onder het gebergte in de mantel de druk even hoog is als elders in de mantel (wet van Archimedes). Sial = Si - Al verbindingen

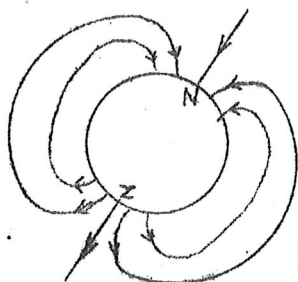
Sima = Si - Mg verbindingen.

Wegdrijven der continenten. Het bestaan van een stelsel van gebergten en troggen in de bodem der oceanen, tesamen met de vele aanwijzingen over het uiteendrijven der continenten (b.v.: oude gebergten in Afrika lopen verder in Z-Amerika- het verlengde van valleien in Schotland ligt in Canada en de V.S.) wijzen erop dat de oceaانبodem in voortdurende beweging is: In het midden der oceanen, waar men ketens van vulkanische gebergten vindt (b.v. de Mid-Atlantic Ridge, lopend van de Zuidpool over St.Helena, Tristan da Cunha en IJsland) welt de mantelmaterie omhoog. Bij diepere troggen of onder de continenten stroomt de materie de aarde weer binnen: De snelheid der stromingen is 2.5 cm per jaar.



Ca 2×10^8 jaar geleden lag Amerika tegen Afrika/Eurazie aan. De mantelconvectie in de aarde, die dit wegdrijven der continenten veroorzaakt, kan verklaard worden uit het feit dat de silicaten zich op zeer grote schaal gezien, als een stroperige vloeistof gedragen. De verhitting van het aardinwendige door verval van radioactieve elementen (U^{238} , Th) levert vermoedelijk de kracht die de mantelconvectie drijft.

Aardmagnetisme. Het veld is grotendeels dat van een dipool met sterkte



van 1 gauss (aan het oppervlak).

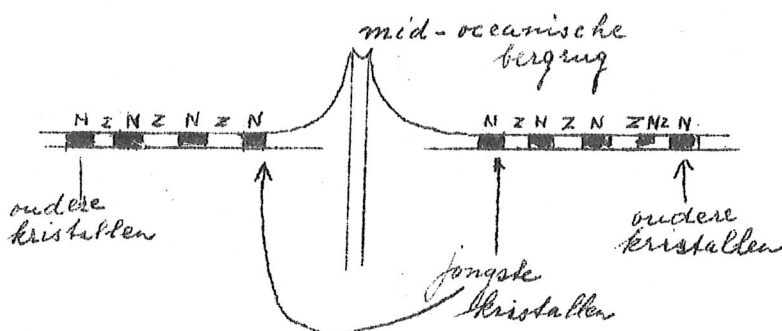
Onderzoek van magnetisch gevoelige kristallen in de oceaانبodems toont dat de veldrichting

ca. elke 10^5 jaar omkeert (zie figuur).

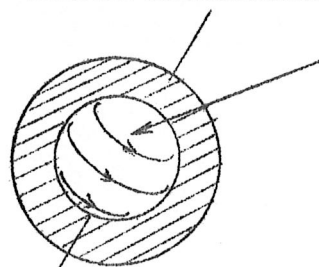
De laatste omkering trad ca 30 000 jaar geleden op.

Men vermoedt dat wisselwerking tussen de aardrotatie en convectieve stromingen in de aardkern het

magneetveld opwekken (z.g. dynamo-mechanisme)



In de oceaانبodem wisselen stroken van tegengestelde polariteit elkaar af.



electrische inductiestromen, opgewekt door de wisselwerking tussen rotatie, convectie en het bestaande magneetveld.

II.11.2 De inwendige bouw der andere planeten

In de tabel zijn de voornaamste gegevens over de planeten samengevat.

A. De massa's bepaalt men, indien er satellieten zijn, met de wet van Newton:

$$M_{\text{planeet}} = \frac{4\pi^2 r^3}{GP^2}$$

r, P straal en omlooperperiode der satellietbaan. Voor Mercurius en Venus bepaalt men M uit storingen op de banen van planetoiden of kometen, of van ruimtevaartuigen (Venus).

	"AARDE" PLANETEN					RUZEN PLANETEN					ZON	
	Mercurius	Venus	Aarde	Mars	Mars	Jupiter	Saturnus	Uranus	Neptunus	Pluto		
Afstand tot Zon (gemiid)	0.387	0.723	1.000	1.000	1.524	5.203	9.540	19.18	30.07	39.67	0	\leftarrow Afst tot Zon
Omloopstijd	87.97 ^d	224.70 ^d	365.256 ^d	27.32 ^d	687.0 ^d	11.86 ^{jr}	29.46 ^{jr}	84.01 ^{jr}	164.8 ^{jr}	249.9 ^{jr}	—	
excentriciteit v. baan	0.206	0.007	0.017	0.05	0.093	0.048	0.056	0.047	0.009	0.247	—	
Helling t.o.v. ecliptica (Aarde = 1)	7.0°	3.4°	0.0°	5.1°	1.8°	1.3°	2.5°	0.8°	1.8°	17.2°	—	
Diameter (eq.) in km	4867,2	12109,3	12756,8	3476,4	6757,8	142978,3	120.675	47.626	44400	5700?	120	\leftarrow diameter
Afplatting	?	?	1/298	1/2000	1/120	1/16	1/10.2	1/17	?	?	—	
Massa (aarde = 1)	0.055	0.816	1.000	0.0123	0.107	317,9	95,2	14,5	17,4	?	332950	\leftarrow mas
Soortelijk gewicht (water = 1)	5,5	5,25	5,52	3,34	3,96	1,33	0,68	1,60	2,31	?	1,41	\leftarrow 5.8
gravitatie versnelling (aarde)	0,38	0,89	1,00	0,165	0,38	2,6	1,1	0,96	1,5	?	27	
ontsnappingsnelheid (km/sec)	4,2	10,2	11,2	2,3	5,0	59,2	35,2	22,4	24	?	613	
Rotatie periode	59 ^d	243 ^d	23 ^h 56 ^m	24,3 ^d	24 ^h 16 ^m	9,8 ^h	10,2-10,6 ^h	10,8 ^h	15,7 ^h	153 ^h	25 ^d	\leftarrow Rotatie
Maximale temperat. aan oppervlakte	300°C	300°C	60°C	100°C	25°C	-144°C	-180°C(?)	-185°C(?)	-195°C(?)	-220°C(?)	6000°C	\leftarrow Temp
Gassen identief. in atmosfeer	—	CO ₂ , H ₂ O HCl, HF	Veel	geen	CO ₂ , H ₂ O	CH ₄ , NH ₃ H ₂ , He?	CH ₄ , NH ₃ H ₂ , He?	CH ₄ , H ₂	CH ₄ , H ₂	geen	veel	\leftarrow Gassen in atmosfeer
Aantal satellieten	0	0	1	0	2	12	10	5	2	0	—	

Enkele Belangrijke gegevens over het planeteensysteem.

B. Afstanden tot de zon: Hierin zit een opvallende regelmaat: de z.g. regel van Bode (1747-1826):

	Merc.	Venus	Aarde	Mars	Plane- toiden	Jup.	Sat.	Ur.	Nept.+ Pluto
	0.4	0.4	0.4	0.4	0.4	0.4	0.4	0.4	0.4
	+ 0.0	0.3	0.6	1.2	2.4	4.8	9.6	19.2	38.4
Bode's wet	0.4	0.7	1.0	1.6	2.8	5.2	10.0	19.6	38.8
Werkelijk	0.39	0.72	1.00	1.52	2.8	5.2	9.54	19.18	30.7 39.67

C. Naast deze "wet van Bode" springen uit de tabel een aantal eigenschappen naar voren. We laten hierbij Pluto buiten beschouwing, daar dit een uitzonderlijk object is, n.l. de enige wiens baan die van een andere planeet - Neptunus - kruist [weggelopen baan van Neptunus?]

Bovendien zijn voor Pluto M en R zeer slecht bekend. De tabel toont: Duidelijke scheidslijn tussen binnenplaneten (Mercurius, Venus, Aarde, Mars) en de buitenplaneten, in vele opzichten:

- (1) Binnenplaneten hebben alle kleine massa's ($\leq M_{\text{aarde}}$) en hoog s.g. : 4.0 - 5.5.
De buitenplaneten hebben grote massa's en klein s.g. (0.684 - 2.25). Het s.g. van Saturnus is zelfs kleiner dan dat van water.
- (2) De binnenplaneten hebben matige tot lange rotatie-perioden: (24^h tot 250^d), de buitenplaneten korte ($9^h 50^m$ tot 15^h).
- (3) Binnenplaneten hebben geen of weinig satellieten (0 tot 2), de buitenplaneten veel (4 tot 12).
- (4) De binnenplaneten hebben (althans over een deel van oppervlak) $T > 0^\circ\text{C}$, de buitenplaneten hebben T ver onder 0°C .
- (5) De atmosferen der buitenplaneten bevatten veel waterstof, in gebonden vorm: H_2 , CH_4 , NH_3 . Die der binnenplaneten niet.

Verder: Op het grensgebied tussen binnen en buitenplaneten bevindt zich in de wet van Bode een gat, waar men de meer dan 15 000 planetoiden aantreft (gezamenlijke massa ongeveer die van de maan).

D. Inwendige bouw der binnenplaneten.

Maan. De z.g. zeeën (maria) op de maan - donker gekleurd, en vlak - blijken van jonger datum te zijn (3.5×10^9 jr) dan de gebergten (4.5×10^9 jr). Met de Apollo's zijn kleine maanbevingen geregistreerd. Gravitaitmetingen tonen dat onder de maria concentraties materie van hoger s.g. aanwezig zijn (4.0 gram/cm^3) terwijl de gebergten negatieve gravitatie anomalieën te zien geven: s.g. ≈ 3.3 . Dit is juist tegengesteld aan wat men op aarde waarneemt. Onder de maria zitten kennelijk "mascons" (massaconcentraties van zwaarder

materiaal). De ringvorm der maria doet de inslag van grote objecten (20-60 km, nikkel-ijzer) vermoeden. De mascons zitten ca. 50-100 km onder het oppervlak.

mare	diam(km)	teveel aan massa	totale massa v.mascon
B.v. Imbrium	680	2×10^{21} gram	52×10^{21}
Serenitatis	580	1.6×10^{21} gram	30×10^{21}
Crisium	530	0.7×10^{21} gram	22×10^{21}

De aanwezigheid der mascons toont aan dat het inwendige der maan niet vloeibaar kan zijn - anders waren de mascons verder naar binnen gezakt. De geringe diepte onder het oppervlak toont dat de inslagen met lage snelheden moeten hebben plaatsgehad: $v \approx 2 \text{ à } 3 \text{ km/sec}$. Ze waren kennelijk dus satellieten van de aarde.

"Uitbarstingen". Soms ziet men gassen ontsnappen (Kozyref, 1958 nam bij de centrale piek van de krater Alphonsus een wazige roodachtige wolk waar - duur ca 0.5 uur); ca 400 gevallen zijn waargenomen in de laatste twee eeuwen. Steeds gebeurt dit aan de randen van maria of kraters, of bij centrale kraterpieken. Nooit in de gebergten. En alleen bij perigeum- of apogeumpassage: getijkrachten?

De ouderdom der gebergten wijst op afwezigheid van mantelconvectie.

Oorsprong der kraters: Vermoedelijk grotendeels inslag van meteorieten.

Ook de Aarde en Mars hebben veel inslagkraters. De erosie wist ze op de aarde snel uit - op Mars langzamer. Ook de Marsmaan Phobos zit vol met inslagkraters.

Mars. Naast de vele inslagkraters (met georodeerde vormen!) heeft men met de Mariner ruimtevaartuigen misschien sporen van vulkanisme waargenomen. Mogelijk is er dus mantelconvectie. De afwezigheid van een magneetveld toont dat Mars en de Maan geen van beide een vloeibare kern hebben. Hun geringe massa's (0.10 en 0.012 van de aardmassa) impliceren een centrale druk overeen komend met de druk die in de aarde op 800, resp. 250 km diepte heerst. Op deze diepten is de aarde nog geheel vast. Er is dus geen enkele reden om aan te nemen dat de maan of Mars een vloeibare kern hebben.

Neemt men aan dat Mars, evenals de aarde, een buitenmantel van lichte gesteenten (s.g. = 3.0) heeft en verder uit dezelfde gesteenten bestaat als de aardmantel, dan moet men om het gemiddeld s.g. = 3.9 te verklaren aannemen dat er een kleine Ni-Fe kern is. Afhankelijk van de dikte van de lichte buitenmantel bevat deze kern tussen 0.7% en 3.3% van de totale planeetmassa (zie figuur 1.)

Mercurius. Ook deze planeet heeft zo'n kleine massa dat zijn centrale druk (vrijwel gelijk aan die van Mars) een vloeibare kern uitsluit. Het hoge s.g. van Mercurius houdt echter in dat deze planeet uit geheel ander materiaal moet bestaan dan Aarde en Mars. Daar Fe na Si in de natuur het meest voorkomend element (zwaarder dan O) is ligt het voor de hand aan te nemen dat Mercurius veel ijzer bevat. Er zijn twee uiterste mogelijkheden (zie fig.4):

- a) Het ijzer is volledig gemengd met de silicaten. In dit geval neemt de dichtheid continu naar binnen toe en is 60% ijzer nodig.
- b) Er is een pure ijzerkern en een mantel van magnesium-silicaten. De kern moet dan 77% der massa bevatten.

In beide gevallen zou de planeet ooit door een vloeibare fase moeten zijn heengegaan. Het is ook mogelijk dat de massa zeer ongelijk verdeeld is, zoals in de maan. De planeet behoeft dan nooit gesmolten te zijn geweest.

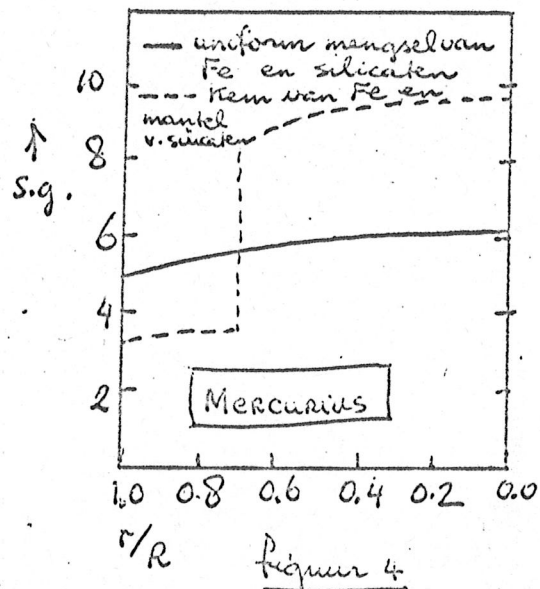
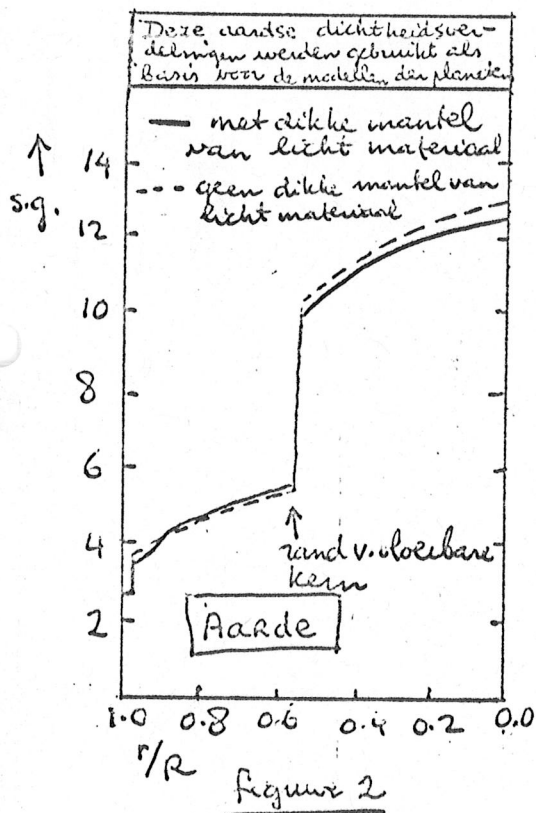
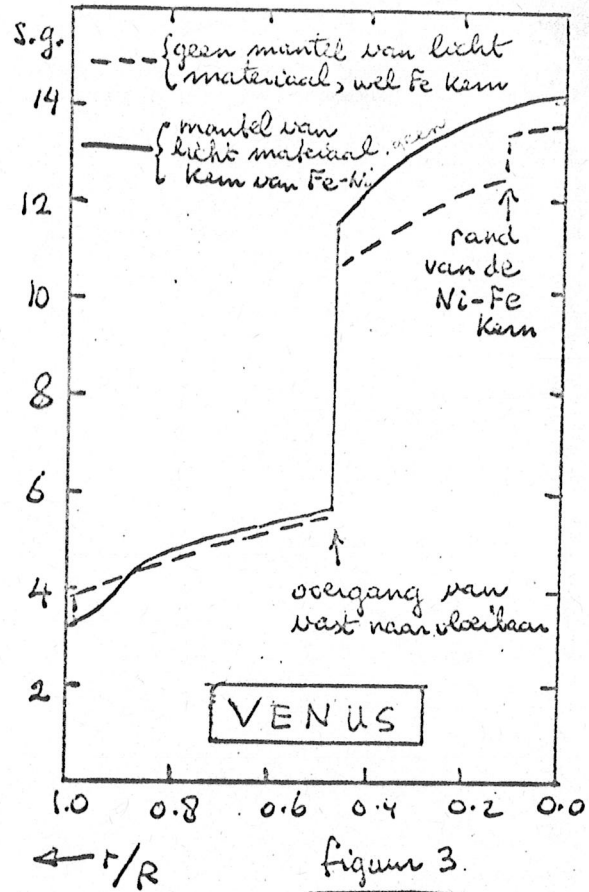
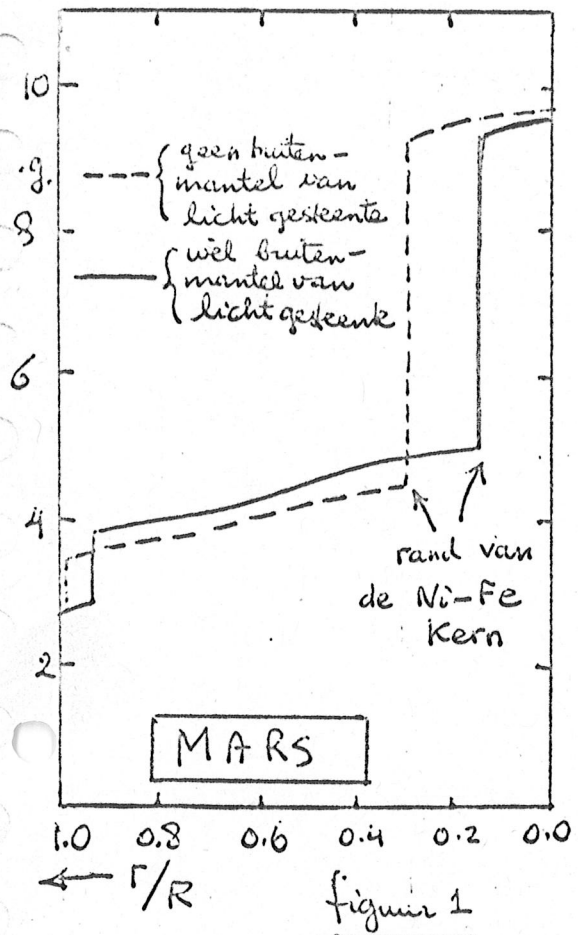
Venus. Deze planeet gelijkt wat massa en straal betreft het meest op de aarde. Neemt men aan dat ze uit hetzelfde materiaal bestaat als de aarde (d.w.z.: materiaal dat zich onder druk analoog gedraagt) dan moet deze planeet evenals de aarde een vloeibare kern hebben, welke begint bij $P = 1361 \pm 50$ Kbar druk. Neemt men de aardse $P - \rho$ relatie aan met aanname van een mantel van lichte gesteenten in de aarde, dan vindt men dat er geen Ni-Fe kern in Venus is. Neemt men de $P - \rho$ relatie der aarde afgeleid zonder lichte aardmantel, dan moet er in Venus een kleine Ni-Fe kern (1% der massa) zijn: zie figuur 3.

De twee mogelijke aardse $P - \rho$ relaties zijn in figuur 2 uitgezet (afgeleid uit afplatting en eigentrillingstijd der aarde).

De afwezigheid van een magneetveld in Venus moet men wel toeschrijven aan de uiterst langzame rotatie ($P = 250^d$).

De buitenplaneten. De buitenlagen bevatten veel waterstof (H_2 , CH_4 , NH_3). Het lage s.g. van deze planeten doet vermoeden dat hun samenstelling het meest overeenkomt met die van de zon: veel H (70%?) en helium (28%?) en weinig zwaardere elementen. Hun hoge gravitatieversnelling en lage temperatuur maken dat H en He niet uit de atmosfeer ontsnappen.

Jupiter en Saturnus. Men berekent de inwendige structuur door voor koude waterstofmassa's van verschillende omvang de opbouwvergelijkingen (zie pag.II.31) te integreren met $L = \epsilon = 0$. Men onderscheidt dan twee mogelijkheden, afhankelijk van de centrale druk (welke door de massa wordt bepaald):

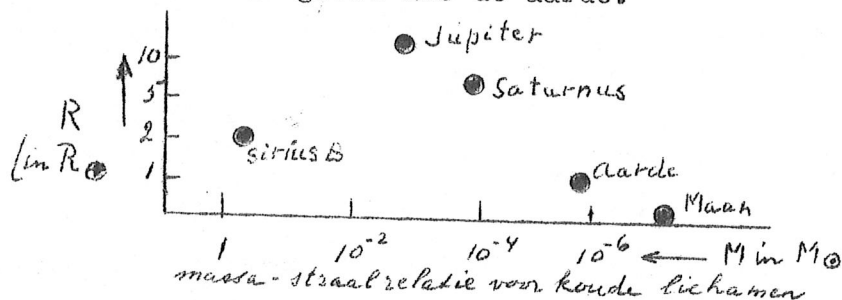


Telkens zijn twee extreme mogelijke modellen gegeven

Het dichtheidsverloop in de aardse planeten. Uitgangspunt is het dichtheidsverloop in de aarde (afgeleid uit afplattings, looptijden van seismische golven, etc). Aannemende dat in de andere binnenplaneten een zelfde (P, ρ) - verband bestaat als in de aarde berekent men dan de hier gegeven krommen. Een eventuele Ni-Fe kern is nodig als de buitenmantel laag s.g. heeft.

- (a) De druk in het centrum wordt geleverd door de nagenoeg ongestoorde electronenschillen der atomen (vloeistof of vaste stof). Dit is het geval voor kleine massa's : $M < 0.001 M_{\odot}$.
- (b) De druk in het centrum wordt geleverd door het gedegeneerde electronengas ($M > 0.001 M_{\odot}$)

In geval (a) zal, als de massa groter wordt, de straal toenemen. In geval (b) neemt de straal af met toenemende massa (zie blz. II.51). In de figuur is de massa-straal relatie voor koude voorwerpen uitgezet: Uitgaande van een steen neemt eerst de straal toe als men de massa groter maakt; bij $M = 0.001 M_{\odot}$ (= massa van Jupiter) wordt een maximum straal bereikt. Het centrum van Jupiter is al enigszins gedegenereerd. Voor nog grotere massa's wordt de straal weer kleiner: Sirius B is maar twee maal zo groot als de aarde.

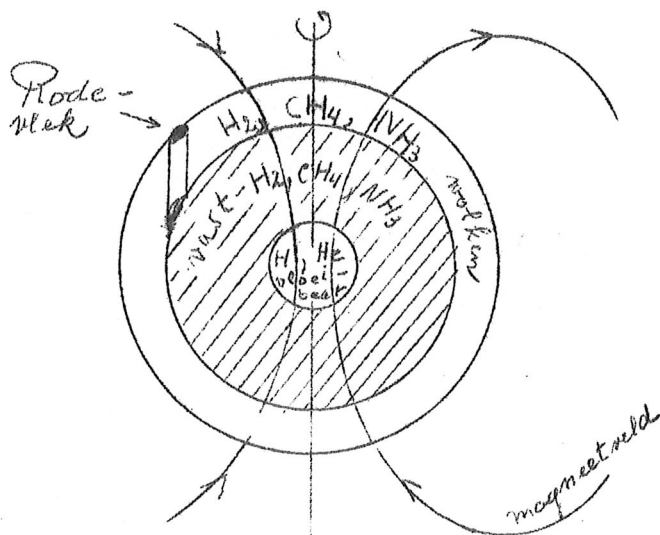


Jupiter is ongeveer het grootste koude lichaam dat bestaan kan.

Daar Saturnus een kleinere massa heeft, is zijn centrum minder samengedrukt dan dat van Jupiter. Dit verklaart het lagere s.g. (0.68) van deze planeet.

Magneetveld.

De sterke radiouitbarstingen van Jupiter wijzen op een magneetveld met sterkte van 50 gauss aan het oppervlak van de planeet. Dit wijst met grote waarschijnlijkheid op een vloeibare kern. Hierboven moet zich een dikke vaste mantel bevinden (H_2 , CH_4 , NH_3 in vaste vorm), daarboven een dikke ondoorzichtige atmosfeer.



Rode vlek

De Rode vlek is vermoedelijk een "Taylorkolom". Deze wijst erop dat onder de atmosfeer een vaste laag aanwezig moet zijn met één duidelijke uitstulping onder de rode vlek. De omlooperperiode van de vlek is die van de vaste korst.

Soms is de omlooperperiode van de vlek versneld (5. sec per dag). Tot zijn verrassing ziet men dan de radiobursts trager komen. Dit klopt goed met de aanname dat het magneetveld aan de vloeistofkern gekoppeld is, en de rode vlek aan de mantel: behoud van impulsmoment vereist dat de kern trager gaat draaien als de mantel iets versneld wordt. Vertraging der kernrotatie kan gevolg zijn van vloeistofbewegingen, b.v. convectorie.

Saturnus is geen radiobron: geen magneetveld - waarschijnlijk is het gehele inwendige vast. Soms verschijnt een witte vlek (Taylor kolom?) Uranus en Neptunus. Het hogere s.g. (1.60 - 2.3) wijst op een lager percentage H en He dan in Jupiter en Saturnus. Er is geen radioemissie. Het inwendige is vermoedelijk vast - daarboven een laag gassen (H_2 , CH_4). Ammoniak is bij deze temperaturen ($-195^{\circ}C$, $-220^{\circ}C$) gekristalliseerd.

II.12. Ontstaan van het Planetenstelsel

In het planetenstelsel is een opvallende regelmaat te ontdekken (zie ook de tabel van blz.63B):

- a) de planetenbanen:
 - hebben kleine hellingen op de ecliptica
 - zijn rechtlopend (zelfde omlooprichting)
 - zijn bijna cirkels
 - voldoen aan de "wet" van Bode
- b) de satellieten:
 - bewegen meest in hetzelfde vlak (equatorvlak der planeet)
 - zijn meestal rechtlopend
 - zijn bijna cirkels
 - ook hier zijn Bode-achtige regels

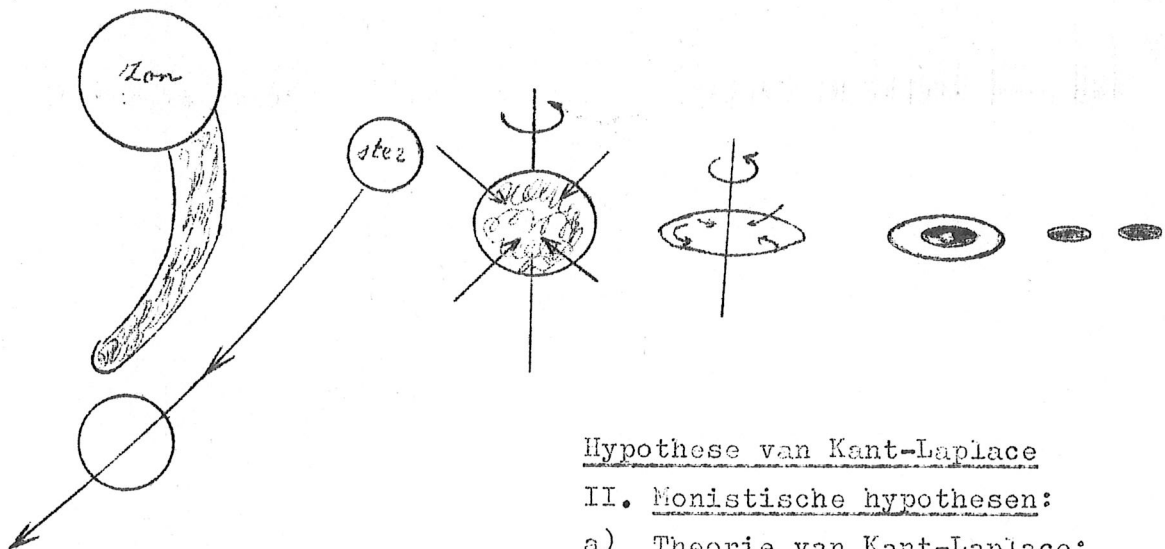
Deze regelmaat is geen gevolg van de wet van Newton (zoals b.v. Kepler's 3e wet). Ze moet het gevolg zijn van de beginvoorwaarden, toen het stelsel gevormd werd, en van latere invloeden die op de banen inwerkten.

A. Vroegere hypothesen: I. Dualistische hypothesen. Voor de vorming is een tweede hemellichaam nodig. Meest bekende theorie: Jeans. Een toevallig langs de zon passerende ster rukt door getijkrachten een vloedgolf uit de zon weg. De sliert blijft grotendeels bij de zon - hij valt in stukken uiteen. De verschillende fragmenten vormen de planeten. Reeds bij de eerste periheliumdoorgang worden door getijkrachten de satellieten afgesplitst.

Bezwaren:

1. De hete gassen uit de sliert zullen expanderen inplaats van samenballen;

2. De banen zouden sterk elliptisch worden;
3. zowel recht- als teruglopende planeten zouden ontstaan;
4. de ster moet zeer dicht langs de zon zijn gegaan om er een sliert uit te trekken. De kans in 10^{10} jaar is één op 2×10^7 . Er zouden dan hooguit 5000 planetenstelsels in het Melkwegstelsel zijn. Wij zouden dus wel een zeer bijzondere positie innemen; dit is ongeloofwaardig.



Hypothese van Kant-Laplace

II. Monistische hypothesen:

a) Theorie van Kant-Laplace:

Hypothese van Jeans

draaiende oernevel trekt zich

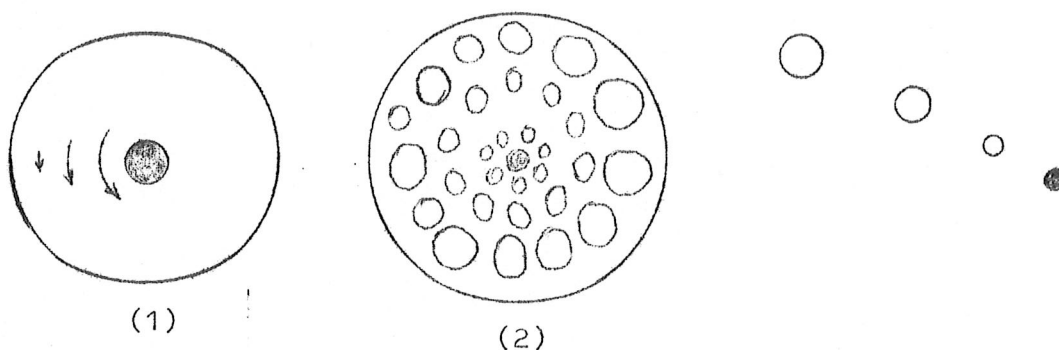
samen. Door behoud van impulsmoment gaat hij sneller draaien, raakt sterk afgeplat. Op een gegeven moment splitst zich een ring af. Deze is niet stabiel en valt in stukken uiteen die een planeet vormen. De nevel trekt verder samen en er splitst zich weer een ring af, enz. Eén voor één vormen zich de planeten.

Bezwaren:

1. Geen reden voor discontinue afsplitsen van ringen;
2. Geen verklaring voor het feit dat de planeten, met $\frac{1}{1000}$ van de massa van het zonnestelsel, $\frac{27}{28}$ van het impulsmoment van het gehele stelsel bezitten.

b) Theorie van von Weizsäcker, gewijzigd door Kuiper.

In deze hypothese is de protozon omringd door een afgeplatte oernevel waarin de deeltjes Keplerbanen beschrijven; daar de binnenste deeltjes sneller lopen dan de buitenste ontstaan er turbulente wervels. Hydrodynamica toont dat de kleinste nevels zich binnenin bevinden, de grotere verder naar buiten. Grote wervels slokken naburige kleinere wervels op zodat tenslotte slechts op elke gegeven afstand van de zon één wervel overblijft. Deze wervels condenseren tot de planeten.



B. Algemene aanwijzingen betreffende de vorming van planetenstelsels.

Hoewel het probleem nog lang niet in detail is opgelost, lijkt het uiterst waarschijnlijk dat monistische hypothesen de oplossing moeten geven en dat zeer veel sterren planetenstelsel bezitten. Argumenten:

1. Dichtbijzijnde sterren waarvan de eigenbeweging goed is onderzocht (van de Kamp) tonen dikwijls kleine schommelingen, wijzend op onzichtbare planeetachtige begeleiders. Het best onderzocht is de ster van Barnard; deze heeft twee begeleiders, met omlooptijden van 12 en 26 jaar en massa's van 1.1 en 0.8 maal die van Jupiter (vergelijk dit met de omlooptijden van Jupiter en Saturnus!) Ook Proxima Centauri heeft een dergelijke begeleider. Er zijn nu een zestal van dergelijke stelsels bekend.



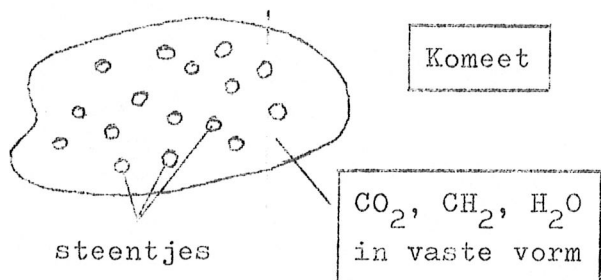
Ster van Barnard
met twee planeten

2. De T Tauri sterren zijn alle door nevels omhuld en roteren snel. Vermoedelijk raken ze impulsmoment kwijt door magnetische koppeling met de omringende nevels. De T Tauri ster V Y Canis Majoris is omringd door een afgeplatte snelroterende nevel, sterk gelijkend op een "oer-zonnestelsel".
3. Het galactisch rotatie impulsmoment van een wolk van een zonsmassa is tientallen malen groter dan het maximaal mogelijk impulsmoment van een ster. Bij de vorming moet de ster dus zeer veel impulsmoment kwijtraken. Het lijkt waarschijnlijk dat dit geschiedt door vorming van een dubbelster of een planetenstelsel.

C. Thans meest waarschijnlijk geachte vormingsgeschiedenis
Belangrijke waarnemingen

1. Het grote verschil in samenstelling tussen de aardse en de reuzen planeten kan men beschrijven als verschil tussen "aardachtig" materiaal en "ijsachtig" materiaal. "Aardachtig" materiaal (silicaten, Fe) lijkt op de meteorieten, "ijsachtig" materiaal lijkt op de kometen: veel lichte elementen, kometen bestaan grotendeels uit CO_2 , CH_4 , H_2O , NH_3 in

vaste vorm ($T < 100^{\circ}\text{K}$). Komt een komeet in de buurt van de zon, dan vormen deze vluchtige gassen de staart. De komeet bestaat voornamelijk



uit dit lichte materiaal met erin hier en daar wat steentjes (silicaten, Fe).

Kometen lijken wat hun samenstelling betreft dus het meest op het materiaal van de oernevel (veel H, C, O) weinig zwaardere stoffen.

2.a Het Fe-gehalte van Mg-silicaten (olivijn) in z.g. Chondritische meteorieten, wijst erop dat het materiaal van deze meteorieten in de oernevel gesublimeerd is bij $T \sim 500^{\circ}\text{K}$. De hete oorspronkelijke oernevel is dus kennelijk door een koele fase met $T < 500^{\circ}\text{K}$ gegaan. De chondrulen (= glasachtige bolletjes) die men in deze meteorieten aantreft) wijzen erop dat na deze sublimatiefase het binnenste deel van de oernevel ($a < 4$ Astron.Eenheden) weer verhit werd tot $T > 1200^{\circ}\text{K}$, zodat een deel der silicaten werd omgesmolten. Daar verbindingen van H, C, N, O bij $T > 1200^{\circ}\text{K}$ vluchtig zijn, heeft tegelijkertijd het binnenste deel der oernevel deze elementen grotendeels verloren.

b. koolstof chondrieten bevatten geen glasachtige bolletjes en wel lichte elementen (C, H). Zij komen waarschijnlijk van $a > 4$ Astron. Eenheden en tonen dat voor $a > 4$ A E de oernevel na de eerste afkoeling niet meer door een hete fase gegaan is. Hier bleven de lichte elementen dus behouden.

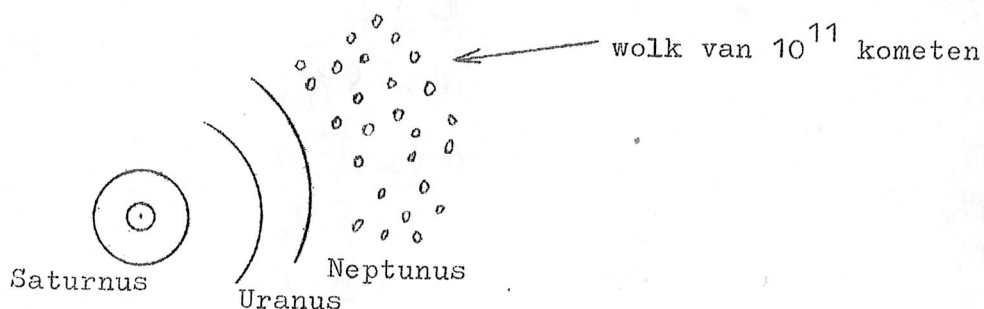
Conclusies:

Uit deze waarnemingen tezamen met het voorkomen van de "mascons" in de maan, lijkt het thans het meest waarschijnlijk dat de planeten koud gevormd zijn, in een von Weiszäcker-achtige oernevel, als volgt:

1. de hete oernevel koelde af tot $T < 500^{\circ}\text{K}$, waarbij de in dampvorm aanwezige stoffen (silicaten, H_2O , CH_4 , CO_2 , NH_3) sublimeerden en miljarden condensaties van de grootte van meteorieten en kometen vormden (massa's tussen 0.001 gram en 10^4 ton).
2. Hierna werden de binnendelen van de nevel weer verhit tot $T > 1200^{\circ}\text{K}$. De lichtere gassen verdwenen uit de condensaties, alleen zwaardere componenten bleven over. Voor $a > 4$ A E trad geen verhitting op - hier bleven de lichte gassen behouden - De wolk koelde hier tot $T < 150^{\circ}\text{K}$.

3. De grootste brokken "veegden" de kleinere op (door gravitatiewerking). Aldus vormden zich de binnenplaneten van "aardachtige" samenstelling en de buitenplaneten van "ijsachtige" samenstelling.
4. Buiten de Neptunusbaan was het aantal der kometen te gering voor de vorming van nóg een reuzenplaneet. Hier bevindt zich nog een wolk van ca. 10^{11} kometen (Oort's hypothese). Evenzo was in de Asteroidengordel de dichtheid van "aardachtige" ~~brokken~~ te gering voor de vorming van nóg een planeet.

Het gehele proces moet zich binnen enkele honderden miljoenen jaren tijdens en na de T Tauri fase van de zon hebben afgespeeld. Dit volgt uit de leeftijden der chondrieten: groter dan 4.5×10^9 jaar.



Het is duidelijk dat om bijzondere details te verklaren, zoals het hoge s.g. van Mercurius, de grote hoeveelheid water op aarde enz., men zeer uitgebreide berekeningen over de evolutie van zon en oernevel zal moeten maken.

College sterrenkunde voorcandidaats, deel II

Errata blz. (II.1) t/m (II.31).

pag. II.1 : 5^e regel : 230 000 maal, wordt: 330 000 maal
formule naast de figuur wordt:

$$\frac{\pi R_{\text{aarde}}^2}{4\pi (\text{Afstand zon-aarde})^2} = \frac{1}{2 \times 10^9}$$

pag. II.2 : § II.1.2. a., b. en c. overslaan. (Reeds behandeld in college van Hubenet). Conclusie blijft.

pag. II.3 : De eerste formule in deel II wordt: $-\int_R G \frac{M}{r^2} dr = \frac{GM}{R}$

pag. II.8 : In de 7^e regel onder de figuur:

4×10^{37} H atomen, wordt: 4×10^{38} H atomen
 2×10^{37} neutrino's wordt: 2×10^{38} neutrino's.

pag. II.9 : In de 3^e regel onder de CNO cyclus:

$1.7 \times 10^{27} \text{ cm}^2$, wordt: $3 \times 10^{27} \text{ cm}^2$.

In de volgende regel wordt de breuk: $\frac{2 \times 10^{38}}{3 \times 10^{27}} \approx 6 \times 10^{10}$

pag. II.10: De formule iets boven het midden wordt:

$$N_A \cdot N_B = \frac{X_A \cdot X_B}{\mu_A \cdot \mu_B} \rho^2$$

pag. II.11: Bij het begin van § II.3.1. toevoegen: Zie Hubenet I.2.4.1.C.

pag. II.13: Eerste regel van § II.3.3.: In § II.2.1.IV.

pag. II.14 - Tabel: Kop van de 3^e kolom wordt: L (in L_{\odot}).

- in 2^e regel van § II.4.1.: vervang λ door h .

- in 6^e regel van § II.4.1.: I_c wordt IC .

- begin van § II.4.2.: Open sterhopen, vervangen door: sterhopen.

pag. II.15 Ordinaten van de figuren: M_v

pag. II.16: Gedeelte over Afstanden en galactische verdeling t/m spectra: wordt behandeld door J. Rosenberg.

pag. II.18: Afstandsbepaling: zie college van J. Rosenberg.

pag. II.21: Regel beginnend met 3) : Trapezium.

pag. II.22: 7^e regel van § II.5.3.: Rosette nevel.

pag. II.27: 6^e regel, toevoegen: per cm^2 per sec.

2^e regel onder vergelijking (II.10) toevoegen: met x .

Thorne
S.A. III 1976

pag. II.28: in 4e regel: absorptiecoëfficiënt vervangen door absorp-
tievermogen.

pag. II.31: Onder het wortelteken in 4e regel van onder: $\frac{L}{4\pi R^2 \sigma}$